

低剂量CT的加权总变差重建算法

彭彬彬, 随力, 黄思佳

上海理工大学医疗器械与食品学院, 上海 200093

【摘要】针对稀疏投影角度的CT图像重建问题,结合压缩感知理论,提出基于加权迭代支持检测的分块代数重建算法,以较少的投影角度重建出理想的CT图像。首先,针对传统的代数重建技术计算量大、收敛速度慢的问题,提出分块代数重建算法;其次,传统的最小总变差模型会引起图像过度平滑及纹理细节模糊等问题,对此提出一种最小加权总变差算法,即加权迭代支持检测算法,并建立加权迭代支持检测模型;最后,分块代数重建技术与加权迭代支持检测模型交替迭代,使重建结果趋于收敛。本文采用经典的Shepp-Logan体模及实际的脑部CT切片进行重建,以均方根误差作为重建图像的质量评判标准,并与其他重建算法的重建结果进行对比。在经过一定次数的迭代后,基于本文算法的重建图像更贴近原始图像,而且比其他算法更早收敛。实验结果表明,本文算法在重建质量及收敛速度上都优于其他对比算法。

【关键词】压缩感知;CT重建;稀疏角度重建;分块代数重建技术;加权迭代支持检测

【中图分类号】R312;TP391

【文献标识码】A

【文章编号】1005-202X(2016)01-0024-06

Weighted total variation reconstruction algorithm for low dose CT

PENG Bin-bin, SUI Li, HUANG Si-jia

School of Medical Instrument and Food Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract: Combined with compressed sensing theory, block algebraic reconstruction technique based on reweighted iterative support detection (Block-ART-RISD) was proposed for resolving the problem of CT image reconstruction of sparse projection angles, reconstructing satisfactory CT images with less sparse projection angles. A Block-ART was firstly proposed to overcome the large calculation amount and slow convergence speed of the traditional ART. A reweighted total variation minimization algorithm, also named reweighted iterative support detection (RISD) algorithm, was proposed, because the traditional total variation minimization model always results in reconstructed images of excessive smoothing and fuzzy texture details. And a RISD model was established. The Block-ART alternately iterated with RISD model to make the reconstructed results tend to convergence. The classical Shepp-Logan phantom was applied to reconstruct a real brain CT slice. The root mean square error was used as the evaluation criteria for the reconstructed image quality. The reconstructed image was also compared with the image reconstructed by other methods. After a certain number of iterations, the image reconstructed by proposed method was closer to the original image, with a faster convergence speed. The experiment results show the proposed method was better than other methods in reconstructed quality and convergence speed.

Key words: compressed sensing; CT reconstruction; reconstruction of sparse angles; block algebraic reconstruction technique; reweighted iterative support detection

前言

自1973年诞生以来,计算机断层成像(Comput-

erized Tomography, CT)已使放射成像界发生了革命性的变化,并成为现代放射科的基础设备^[1]。在医疗诊断领域,CT已成为辅助医生进行临床诊断的最主要工具之一。然而,在使用CT进行扫描的过程中,人体不可避免地受到辐射。有研究报道表明,过度的辐射将增加人体细胞诱发癌变的机率^[2-3]。因此,如何有效地减少临床CT的辐射剂量,是当前一个紧

【收稿日期】2015-08-24

【基金项目】国家自然科学基金(51173108)

【作者简介】彭彬彬(1991-),男,硕士研究生。Email: pbb_991@163.com。

【通信作者】随力(1975-),女,教授。E-mail: lsui.usst.edu.cn。

迫的课题。有两种方法可用于减少X线的辐射剂量：(1)通过降低X-线管的电流强度(mAs)或电压强度(kVp)可以降低每个角度下的曝光剂量。但是,在降低X-线管电流强度带来辐射剂量降低的同时,投影图像的信噪比将会降低,并使重建后图像出现不连续的伪影,从而影响临床诊断结果^[4]。对此,一些学者提出了几种改进方法^[5-6]; (2)通过减少投影角度,从而达到降低辐射剂量的目的,即实现稀疏角度下的投影数据重建。通过使用解析重建算法实现对稀疏角度的投影数据重建往往得不到理想的图像,而迭代重建算法可以先将待重建图像的先验信息转化为约束限制或优化条件,将CT图像重建问题转化为求解具有约束条件的优化问题,使重建问题适定化,进而通过构造迭代算法重建出较好的CT图像^[7]。

2006年,Candes等^[8-9]、Dohono等^[10]提出压缩感知理论(Compressed Sensing, CS),其核心思想是:只要信号在某一正交空间具有稀疏性,就可以以远低于Nyquist采样定律所限制的采样频率高概率重构原始信号。根据该理论,如果能在重建中增加关于稀疏变换后图像的稀疏性约束,就可以解决稀疏角度问题、少视角问题等不完备投影数据的精确重建问题。CS理论为CT重建提供了新思路。近年来,基于CS理论,尤其是基于图像总变差(Total Variation, TV)的CT重建算法取得了大量的成果^[4, 7, 11-13]。2006年,Emil等^[11]首次利用梯度图像的稀疏性先验知识,通过将TV最小化与代数重建技术(Algebraic Reconstruction Technique, ART)交替迭代,从少量角度的投影数据中准确地重建出CT图像,我们称该算法为ART-TV算法。该算法的不足之处是收敛速度较慢,且计算量巨大,重建所耗时间甚长。针对ART-TV收敛慢的问题,Li等^[12]提出分块代数重建(Block-ART)方法,并结合最小总变差,提出了基于最小总变差的分块代数重建(Block-ART-TV)算法,大大缩减了重建时间。2008年,Candes等^[14]提出一种加权总变差(Reweighted Total Variation, RTV)方法并用于图像重建。本文在RTV的基础上,根据加权迭代支持检测(Reweighted Iterative Support Detection, RTSD)理论^[15],提出一种新的重建方法,即基于加权迭代支持检测的分块代数重建(Block-ART-RISD)算法。一系列实验证明,新算法的收敛速度及重建质量都要优于上述其他算法。

1 分块迭代模型

从数学上讲,图像是由一个个离散的点所组成

的矩阵,因此图像重建问题可以转换为求解数学问题,即通过求解线性方程组来达到重建目的。这个方程组用矩阵的形式表示如下:

$$Ax = P \quad (1)$$

式中, $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为投影系数矩阵, m 为投影射线的数目, n 为图像像素总数, x 表示图像灰度值, 向量 P 为投影数据。

在通常的医学成像应用中,矩阵 A 十分庞大,直接求解逆所需计算量是相当大的,而通过对矩阵 A 用迭代的方法来寻找方程组的近似解的方法则比较实际可行。在所有的迭代重建算法中,ART算法是比较经典的一种,它的主要思路是让当前所估算的图像在一次图像更新中满足一个方程,通过多次迭代修正使算法收敛到方程组的解上去^[16]。这个算法可以形式上写成:

$$x^k = x^{k-1} + \frac{P_i - A_i x^{k-1}}{\|A_i\|^2} A_i^T \quad (2)$$

式中, k 表示迭代次数, A_i 是沿着第 i 条射线上的投影系数, P_i 为第 i 个探测像元上测到的投影数据, $\|A_i\|^2$ 表示沿着第 i 条射线上各投影系数的平方和, A_i^T 为 A_i 的转置矩阵。

由于ART重建算法是个反复迭代和修正的过程,它需要解大型线性方程组,因此它的计算量也是很大的,对应的存储空间要求也很高,收敛速度较慢。

为了减少迭代过程中的计算量,提高重建图像的收敛速度,本文采用Block-ART重建算法,将待重建图像划分成块,算法的主要思想如下:

将 A 和 P 均分成 s 块(块之间无重叠),可表示为:

$$\begin{cases} A = [A^1 \cdots A^s]^T \\ P = [P^1 \cdots P^s]^T \end{cases} (1 \leq s \leq m) \quad (3)$$

其中, A^j 为第 j 块的投影系数矩阵, P^j 则表示第 j 块的投影数据 ($j \in [1, s]$)。Block-ART迭代算法表示如下:

$$x^k = x^{k-1} + \frac{P^j - A^j x^{k-1}}{\|A^j\|^2} (A^j)^T \quad (4)$$

与ART算法相比,Block-ART算法大大减少了迭代时的计算量,图像收敛速度也得到很大的提升。

2 加权迭代支持检测模型

2.1 压缩感知模型

在压缩感知理论的整个过程中,包括了前端的压缩过程和后期的重建过程。笔者可以将图像或者

信号的重建过程转化为一个数学优化的过程。从理论上讲任何信号都具有可压缩性,只要能找到其相应的稀疏表示空间,就可以有效地进行压缩采样。

假设信号 x 是稀疏的,那么初始信号 x 就可以通过求解如下的优化问题得到:

$$\min \|x\|_0 \quad s.t. \quad Ax = P \quad (5)$$

其中 $\|x\|_0$ 为向量中非零元素的个数,也称为 l_0 范数。然而,上式的求解数值计算是极不稳定的,在数学上属于非凸优化问题,很难通过现有的优化方法有效地求解。Chen 等^[17]指出,若变换矩阵与观测矩阵不相关,可以用一个更加简单的 l_1 范数代替式(5)中的 l_0 范数,产生同等的解,即:

$$\min \|x\|_1 \quad s.t. \quad Ax = P \quad (6)$$

这样的改变将一个在数学上难以解决的非凸优化问题转化成了一个容易解决的凸优化问题,使问题的性质发生了改变,大大简化了求解最优解的过程。

2.2 最小总变差模型

医学图像尤其是CT图像的大部分区域的像素具有一定的相关连续性,也就是具有分段线性的性质,因此可以利用图像的梯度作为判断是否达到最优图像的条件。在二维图像重建中,为了充分利用图像的梯度稀疏性,优化问题可以转化为:

$$\min \|x\|_{TV} \quad s.t. \quad Ax = P \quad (7)$$

图像的总变差(TV)表示如下:

$$\|x\|_{TV} = \sum_{ij} \nabla x_{ij} = \sum_{ij} \sqrt{(x_{ij} - x_{i,j-1})^2 + (x_{ij} - x_{i-1,j})^2} \quad (8)$$

当总变差取最小时对应的解为最优解,可通过梯度下降法来实现。图像的总变差的梯度被认为是一幅图像,图像的灰度值为图像总变差关于该像素的偏微分对图像的TV求导,求导公式可表示为:

$$\begin{aligned} V_{s,t} = \frac{\partial}{\partial x_{s,t}} \|x\|_{TV} \approx & \frac{2(x_{s,t} - x_{s-1,t}) + 2(x_{s,t} - x_{s,t-1})}{\sqrt{(x_{s,t} - x_{s-1,t})^2 + (x_{s,t} - x_{s,t-1})^2} + \varepsilon} \\ & - \frac{2(x_{s+1,t} - x_{s,t})}{\sqrt{(x_{s+1,t} - x_{s,t})^2 + (x_{s+1,t} - x_{s+1,t-1})^2} + \varepsilon} \\ & - \frac{2(x_{s,t+1} - x_{s,t})}{\sqrt{(x_{s,t+1} - x_{s,t})^2 + (x_{s,t+1} - x_{s-1,t+1})^2} + \varepsilon} \end{aligned} \quad (9)$$

其中, ε 为一个极小的正数,以保证分母不为零。TV算法具体可分为两个阶段:非负约束阶段和梯度下降阶段;前者保证数据非负,后者用于最小化TV估计值。TV算法具体算法如下所示:

算法1: TV算法

$$(1) \text{ 非负约束: } x_{pos}^{k-1} = \begin{cases} x^{k-1} (x^{k-1} \geq 0) \\ 0 (x^{k-1} < 0) \end{cases}$$

$$(2) \text{ 计算梯度下降方向: } V = -\frac{\partial \|x_{pos}^{k-1}\|_{TV}}{\partial x_{pos}^{k-1}},$$

$$\hat{V} = \frac{V}{\|V\|_\infty}$$

$$(3) \text{ 更新迭代图像: } x^k = x^{k-1} - \tau^{k-1} \hat{V}, \text{ 其中 } k \text{ 为迭代次数, } \tau^{k-1} \text{ 为迭代步长。}$$

2.3 最小加权总变差模型

在TV优化问题中,大系数对算法的恢复效果影响较大,因此,为了平衡所有系数对最优解的影响,Candes 等^[14]提出基于加权总变差(RTV)的方法,其主要思想是对于大的值赋予小的权重,对小的值赋予大的权重。通过这样的加权,可以平衡各个系数对最优解的影响,因此将会获得更加接近原信号的恢复信号。

为了达到这个平衡,对公式(7)加入权重系数,优化问题可转化为如下描述的问题:

$$\min \|Wx\|_{TV} \quad s.t. \quad Ax = P \quad (10)$$

W 为权重系数矩阵,在求解过程中一般将该矩阵转换为对角阵。一般来讲,权重的大小应该与各像素梯度值的大小成反比,即:

$$W^k = \text{diag}\{w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k\}, w_i^k = \frac{1}{\delta + u_i^k}$$

$$(\delta > 0, i = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

其中 $\delta > 0$, 为了保证在有零梯度的地方值不会变的无穷大, u_i 为 i 点的梯度值。

2.4 加权迭代支持检测模型

2012年, Li 等^[15]提出一种新的加权总变差算法,即加权迭代支持检测(Reweighted Iterative Support Detection, RISD)算法,新算法在原算法的基础上改进了加权因子,与常用的RTV算法相比,RISD算法可以通过更少的迭代次数获得相同的重建准确度。RISD的权重函数表示为:

$$w_i^k = \begin{cases} \frac{1}{|x_i^k|}, i \in T_k \\ \frac{1}{\xi_k}, \text{others} \end{cases} \quad (12)$$

其中, T_k 为算法的支持集(support set),即满足第一次跳跃准则(first jump rule)的点的集合。第一次跳跃准则的具体推导如下:

算法2: 第一次跳跃准则

(1) 将 $|x_i^k|$ 按升序排列, 令 $s^k = \text{sort}(|x^k|)$

(2) 求跳跃值: $\alpha^k = \frac{\|x^k\|_\infty}{Cm}$

(3) 求阈值: 求最小 i , 使得 $s_{i+1}^k - s_i^k \geq \alpha^k$ 成立 ($1 \leq i \leq n-1$), 令 $\xi^k = s_i^k$

(4) 求支持集 T_k : $T_k = \{i: |x_i^k| \geq \xi^k\}$

根据以上推导, 再结合分块代数重建算法及TV算法, 本文提出的基于加权迭代支持检测的分块迭代重建算法(Block-ART-RISD)如下:

算法3: Block-ART-RISD算法

(1) 初始化: $x^0, C, W^0, k_{\max}, \tau^0$

(2) 外循环: for $k = 1:k_{\max}$

(3) 内循环: for $j = 1:r$

(4) 分块迭代: $x^{k-1} = x^{k-1} + \frac{P^j - A^j x^{k-1}}{\|A^j\|^2} (A^j)^T$

(5) 非负约束: $x_{\text{pos}}^{k-1} = \begin{cases} x^{k-1} (x^{k-1} \geq 0) \\ 0 (x^{k-1} < 0) \end{cases}$

(6) 计算梯度下降方向:

$$V = W^{k-1} \frac{\partial \|x_{\text{pos}}^{k-1}\|_{TV}}{\partial x_{\text{pos}}^{k-1}}, \hat{V} = \frac{V}{\|V\|_\infty}$$

(7) 迭代更新图像: $x^k = x^{k-1} - \tau^{k-1} \hat{V}$

(8) 若满足 $j=r$, 结束内循环

(9) 将 $|x_i^k|$ 按升序排列, 令: $s^k = \text{sort}(|x^k|)$

(10) 求跳跃值: $\alpha^k = \frac{\|x^k\|_\infty}{Cm}$

(11) 求阈值, 求最小 i , 使得 $s_{i+1}^k - s_i^k \geq \alpha^k$ 成立 ($1 \leq i \leq n-1$), 令 $\xi^k = s_i^k$

(12) 求支持集 T^k : $T_k = \{i: |x_i^k| \geq \xi^k\}$

(13) 求权重系数: $w_i^k = \begin{cases} \frac{1}{|x_i^k|}, i \in T_k \\ \frac{1}{\xi^k}, \text{others} \end{cases}$

(14) 若满足 $k=k_{\max}$, 结束外循环

其中, x^0 为初始化图像像素值, r 为待重建图像所划分块数, C 为调节跳跃值大小的系数, W^0 为初始化权重系数, k_{\max} 为最大迭代次数, τ^0 为初始化迭代步长。

3 数值实验

为了验证本文算法的有效性, 采用经典的 Shepp-Logan 体模以及实际的脑部 CT 切片进行实验 (Shepp-Logan 体模通过编程模拟得到, CT 切片源自斯坦福大学体数据库)。ART-TV 算法、Block-ART-

TV 算法作为对比算法与本文算法进行比较。文中模拟平行线束投射源, 投影屏共有 512 个检测单元。通过在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内均匀采样, 将得到的投影数据进行重建。本文所有实验均在计算机上进行, 计算机 CPU 为 AMD 双核处理器, 频率为 2.13 GHz, 内存为 2 G, 编程软件为 Matlab R2009a。

Shepp-Logan 体模的具体参数, 以及经过多次实验后选取的初始化参数分别如表 1 和 2 所示。

表 1 实验参数

Tab.1 Experimental parameters

Experimental parameter	Value
Image size	256×256
Projection number	24
Angular region	$[0, \pi]$

表 2 初始化参数

Tab.2 Initialized parameters

Initialized parameter	Value
x^0	0
k_{\max}	100
W^0	$\text{diag}\{1, 1, \dots, 1\}$
C	2

将步长设置为 $\tau^{k-1} = 0.05 \times 0.9^{k-1}$, 在迭代 100 次后, 实验结果如图 1。从图 1 可看出, 在经过 100 次的迭代后, ART-TV 算法重建图像的边缘区域较模糊, 而 Block-ART-TV 算法、Block-ART-RISD 算法的边缘区域则更接近原始体模。为了更好地对比各算法在收敛速度及重建图像质量方面的优劣, 我们引入归一化均方误差 (Normalized Mean Square Error, NMSE)、归一化平均绝对距离 (Normalized Mean absolute Distance, NMAD) 及均方根误差 (Root Mean square Error, RMSE) 作为图像质量的评价标准, 表达式分别如下:

$$\text{NMSE} = \left[\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x_{ij} - x_{ij}^*)^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x_{ij} - \bar{x})^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\text{NMAD} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |x_{ij} - x_{ij}^*|}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |x_{ij}|} \quad (14)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x_{ij} - x_{ij}^*)^2}{M \times N}} \quad (15)$$

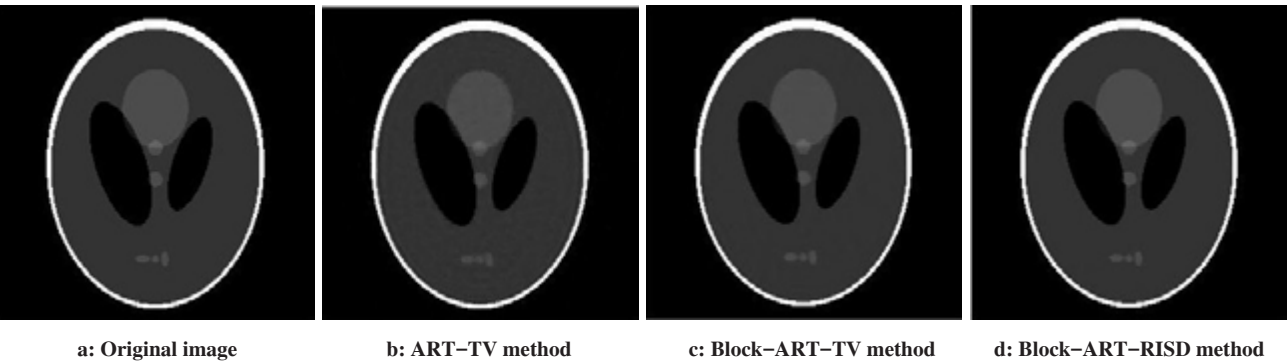


图1 Shepp-Logan重建图像

Fig.1 Reconstructed images of Shepp-Logan

Note: ART: Algebraic reconstruction technique; TV: Total variation; RISD: Reweighted iterative support detection

其中 $x_{i,j}, x_{i,j}^*$ 分别表示重建前后的图像灰度值, \bar{x} 则表示重建前的灰度平均值, 图像大小为 $M \times N$ 。

迭代 100 次后, 重建图像的归一化均方误差、归一化平均绝对距离及均方根误差如表 3。

表 3 重建图像性能指标

Tab.3 Performance indicators of reconstructed images

Performance indicator	ART-TV	Block-ART-TV	Block-ART-RISD
NMSE	0.114 6	0.045 2	0.025 2
NMAD	0.064 5	0.023 7	0.012 1
RMSE	0.024 4	0.009 7	0.005 4

Note: NMSE: Normalized mean square error; NMAD: Normalized mean absolute distance; RMSE: Root mean square error.

表 3 直观反映出重建图像与初始图像的误差。从表 3 可得知, 在迭代 100 次后, Block-ART-RISD 算法的重建图像的归一化均方误差、归一化平均绝对距离及均方根误差均优于其他算法, 也就是说相比于其他算法, 本文算法重建后的图像更接近初始图像。

图 2 则表示以上几种算法在迭代过程中的均方根误差曲线。其中横坐标为重建算法迭代的次数, 纵坐标为均方根误差 (RMSE)。从图 2 的曲线可看出, Block-ART-RISD 算法的均方根误差在迭代过程中一直低于其他对比算法。在迭代 60 次左右 Block-ART-RISD 算法逐渐收敛于一个稳定值, 此时其他两种算法还未收敛, 且均方根误差也一直大于 Block-ART-RISD 算法。由此可知, 本文算法的收敛速度要优于其他对比算法。

图 3 和图 4 分别为实际脑部 CT 切片的重建图像及均方根误差曲线, 切片大小为 256×256 , 投影数据

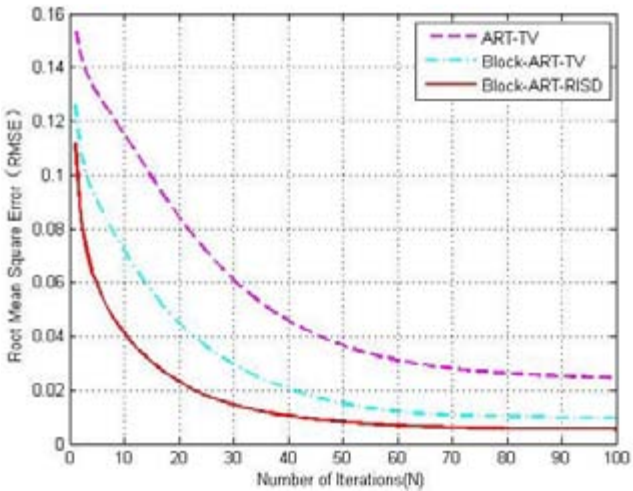


图2 Shepp-Logan重建图像均方根误差曲线
Fig.2 RMSE curve of image reconstructed by Shepp-Logan

为 $[0 \sim \pi]$ 的 72 组投影, 投影总数为 72×512 , 步长及初始化参数设置则与 Shepp-Logan 体模相同。在经过 100 次迭代后, 重建图像如图 3。从图 3 可看出, 图 3c、3d 的重建质量要优于图 3b, 但是与原图 (图 3a) 相比仍有些许差距, 重建图像的纹理细节不够清晰。这是由于实际 CT 图像结构比较复杂, 在 TV 变换后, 图像的稀疏度没有太大的改进。图 4 的均方根误差趋势线再次说明了本文算法的优势。

4 结 论

在基于压缩感知理论的 CT 重建领域, ART-TV 算法堪称经典, 对稀疏角度的投影数据有着很好的重建效果。本文在 ART-TV 算法基础上, 取长补短, 对算法做了一些改进。新算法解决了 ART 算法在迭代过程中出现的计算量过大、迭代速度慢的问题, 同时针对 TV 最小化重建导致的边缘过度平滑的问题, 引入加权系数, 通过平衡所有系数对重建图像的影

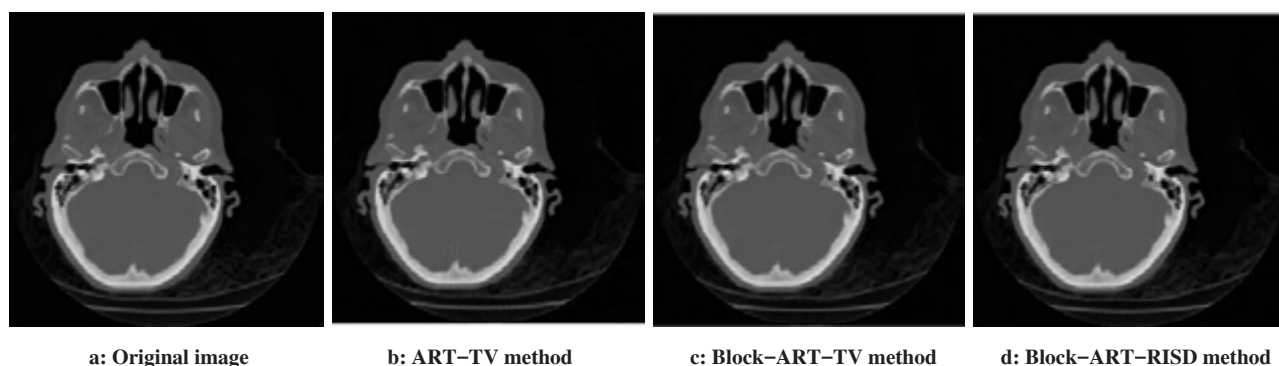


图3 实际脑部CT切片重建图像

Fig.3 Reconstructed images of real brain CT slice

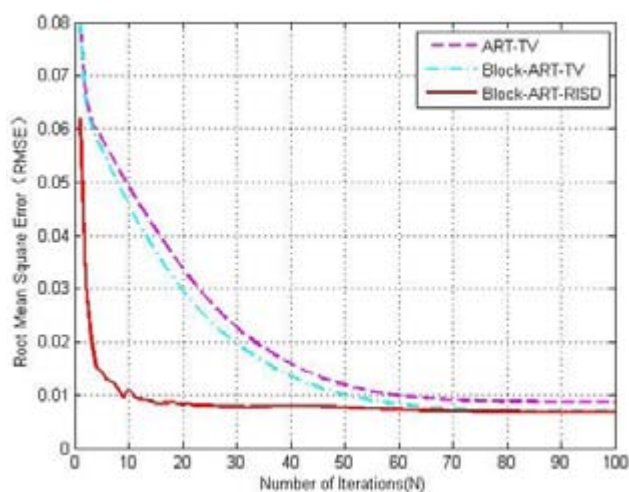


图4 实际脑部CT切片重建图像均方根误差曲线

Fig.4 RMSE curve of image reconstructed by real brain CT slice

响,改进了图像的边缘特性。实验结果表明,与其他对比算法相比,本文算法提高了重建图像的收敛速度,图像的边缘及纹理特性也有所改进。

综上所述,本文算法能够准确地实现稀疏投影角度CT的重建,大大降低了辐射剂量,这对于以后低剂量临床CT研究有一定的启示。下一步,笔者将针对有限角度的投影数据进行研究。

【参考文献】

- [1] WANG G, YU H Y, BRUNO D M, et al. An outlook on x-ray CT research and development[J]. Med Phys, 2008, 35(3): 1051-1064.
- [2] DAVID J B, ERIC J H. Computed tomography-an increasing source of radiation exposure[J]. N Engl J Med, 2007, 357(22): 2277-2284.
- [3] ANDREW J E, MILENA J H, SANJAY R, et al. Estimating risk of cancer associated with radiation exposure from 64-slice computed tomography coronary angiography[J]. JAMA, 2007, 298(3): 317-323.
- [4] LIU Y, LIANG Z G, MA J H, et al. Total variation-stokes strategy for sparse-view x-ray CT image reconstructions[J]. IEEE Trans Med

Imaging, 2014, 33(3): 749-763.

- [5] WANG J, LI T F, LIU H B, et al. Penalized weighted least-squares approach to sinogram noise reduction and image reconstruction for low-dose x-ray computed tomography[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2006, 25(10): 1272-1283.
- [6] LI T F, LI F, WANG J, et al. Nonlinear sinogram smoothing for low-dose x-ray CT[J]. IEEE Trans Nucl Sci, 2004, 51(5): 2505-2513.
- [7] 邹晶, 孙艳勤, 张朋, 等. 由少量投影数据快速重建图像的迭代算法[J]. 光学学报, 2009, 29(5): 1198-1205.
- ZOU J, SUN Y Q, ZHANG P, et al. A fast iterative image reconstruction algorithm from few-views projections data[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(5): 1198-1205.
- [8] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T, et al. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans Inform Theor, 2006, 52(2): 489-509.
- [9] CANDÈS E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies?[J]. IEEE Trans Inform Theor, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [10] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans Inform Theor, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [11] EMIL Y S, KAO C M, PAN X C, et al. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT[J]. J X-Ray Sci Tech, 2006, 14(2): 119-139.
- [12] LI X Z, ZHU J H. Convergence of block cyclic projection and Cimmino algorithms for compressed sensing based tomography[J]. J X-Ray Sci Tech, 2010, 18(4): 369-379.
- [13] ZHU L, NIU T Y. Iterative CT reconstruction via minimizing adaptively reweighted total variation[J]. J X-Ray Sci Tech, 2014, 22(2): 227-240.
- [14] CANDÈS E J, WAKIN M B, BOYD S P, et al. Enhancing sparsity by reweighted ℓ_1 minimization[J]. J Fourier Anal Appl, 2008, 14(5-6): 877-905.
- [15] LI Q, MA J W. A new reweighted algorithm with support detection for compressed sensing[J]. IEEE Signal Proc Lett, 2012, 19(7): 419-422.
- [16] 冷骏. ART算法中关于松弛因子的研究[J]. 光学仪器, 2014, 36(1): 46-52.
- LEN J. Research on relaxation factor in algebraic reconstruction technique[J]. Optical Instruments, 2014, 36(1): 46-52.
- [17] CHEN S B, DAVID L D, MICHAEL A S, et al. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM J Sci Comput, 1998, 20(1): 33-61.