

## 基于改进预积分技术的光线投射三维重建算法

王亚晨, 王瑜, 宫宁, 肖洪兵  
北京工商大学人工智能学院, 北京 100048

**【摘要】**在传统的光线投射算法中,由于传递函数具有非线性,导致奈奎斯特采样定律常常无法被满足,影响生成模型的质量,因此,本研究提出一种基于改进预积分技术的光线投射算法。首先在传统光线投射算法中引入预积分分类技术,利用其面对任何非线性传递函数都可以规避最大奈奎斯特采样频率的优势提升三维重建模型的质量;然后利用设计的预积分加速算子,优化不透明度与颜色值的计算方法,简化预积分合成流程,缩短三维模型重建的时间。实验结果显示,利用本文算法对人工合成的三维圆锥进行重建,速度可提升22.5%,对真实的冠脉计算机断层扫描图像进行重建,绘制速度可提升23.8%,并且生成三维圆锥图像的均方误差值小于传统光线投射算法,结构相似度值大于传统光线投射算法,证明本文算法既可以提高重建模型的质量,也可以提升重建速度。

**【关键词】**图像重建;光线投射算法;预积分技术

**【中图分类号】**R318;TP317.4

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2024)09-1133-06

### Ray casting algorithm for three-dimensional reconstruction based on improved pre-integration technology

WANG Yachen, WANG Yu, GONG Ning, XIAO Hongbing  
School of Artificial Intelligence, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China

**Abstract:** Due to the nonlinearity of the transfer function in the traditional ray casting algorithm, Nyquist sampling theorem often can't be satisfied, which affects the quality of the generated model. Therefore, a novel ray casting algorithm is proposed for three-dimensional (3D) reconstruction based on improved pre-integration technology. The pre-integration classification technology is introduced into the traditional ray casting algorithm to improve the quality of the reconstructed 3D model by avoiding the maximum Nyquist sampling frequency for any nonlinear transfer function. Then, the pre-integration acceleration operator is used to optimize the calculation methods for opaqueness and color value, thus simplifying the pre-integration synthesis process and shortening the time for 3D model reconstruction. The proposed algorithm speeds up the reconstructions for the synthetic 3D cone and real coronary artery CT image by 22.5% and 23.8%, and additionally decreases mean square error of the generated 3D cone images, while increasing structural similarity index as compared with the traditional ray casting algorithm, which demonstrates that the proposed algorithm can improve both the reconstructed model quality and the reconstruction speed.

**Keywords:** image reconstruction; ray casting algorithm; pre-integration technology

### 前言

随着数字化成像技术的发展,利用计算机断层

扫描、超声、核磁共振成像医学诊断设备可以获得含有人体组织信息的一系列二维数字断层影像,为医生的临床诊断提供客观依据<sup>[1]</sup>,但是传统的二维医学影像缺乏立体性、直观性以及轴向三维结构信息,如果医生经验不足,容易造成漏诊或误诊<sup>[2]</sup>。随着科技水平和临床医学诊断要求的不断提高,将二维医学影像序列转化为空间立体的三维模型已成为医学图像处理领域的研究热点<sup>[3-4]</sup>。

目前,医学影像三维重建技术主要有两种方法,即体绘制与面绘制<sup>[5]</sup>。面绘制算法利用计算机图形的原理和方法,直观简洁地反映目标物体的三维

**【收稿日期】**2024-04-11

**【基金项目】**北京市自然科学基金-北京市教育委员会科技计划重点项目(KZ202110011015);2023年北京工商大学研究生科研能力提升计划项目

**【作者简介】**王亚晨,硕士研究生,研究方向:图像处理与模式识别,  
E-mail: wycgd@126.com

**【通信作者】**王瑜,博士后,教授,研究方向:图像处理与模式识别,  
E-mail: wangyu@btbu.edu.cn

结构;体绘制算法直接利用原始三维医学体数据构造三维模型,不需要任何中间图元参与,因此也被称为直接体绘制<sup>[6]</sup>。由于体绘制方法可以将物理属性引入绘制过程,增加模型真实性,使用户观察到目标的细节信息,因此应用更为广泛<sup>[7]</sup>。目前,常用的体绘制算法包括三维纹理映射<sup>[8]</sup>、溅射算法<sup>[9]</sup>、光线投射算法<sup>[10]</sup>、频域体绘制算法<sup>[11]</sup>和错切-变形算法<sup>[12]</sup>等。光线投射算法是目前体绘制技术中重建质量最高的方法,重建后的三维模型可以实现对目标进行全方位观察,包括旋转、缩放和拖动等交互操作,客观清晰地辅助医生观察重建模型<sup>[13]</sup>。在实际应用中,由于医学体数据的信息量极为庞大,每次重新计算都会消耗大量时间,光线投射算法在重建速度方面毫无优势<sup>[14]</sup>。

针对常用的5种直接体绘制算法,有研究者对三维重建技术在生成模型质量和重建速度方面做出诸多改进。Deakin等<sup>[15]</sup>利用切比雪夫所提出的距离计算方法,设计一种新型的空体素跳跃算法,大幅提升医学影像三维重建的速度。王逸夫等<sup>[16]</sup>提出一种改进的光线投射算法,通过简化重采样过程中三线性插值的复杂性并与切比雪夫空体素跳跃法相结合的方法,在保证三维重建模型质量的同时缩短算法运行时间。郭全<sup>[17]</sup>提出一种基于复剪切波的图像融合方法,通过改进快速轮廓树构建算法,设计一种既能缩短体绘制渲染时间,还可以提高三维模型质量的方法。王森森<sup>[18]</sup>利用包围盒算法和光线提前终止技术对传统的光线投射算法加以改进,减少无效体素的重采样与无效光线数量,提高三维重建的图像质量与算法效率。宫宁等<sup>[19]</sup>提出一种基于反距离加权插值和改进采样点数据合成的医学影像三维重建算法,通过反距离加权插值方法提升绘制速度的同时通过增加采样点的个数的方法提高三维重建的成像质量。

本研究提出一种基于改进预积分技术的光线投射算法的医学影像三维重建算法,引入预积分加速算子,优化预积分合成流程,提高绘制出的图像质量的同时提升图像的绘制速度。

# 1 方法

## 1.1 传统光线投射算法

光线投射算法<sup>[13]</sup>是体绘制技术中重建质量最高的方法,重建后的三维模型可以实现对目标进行全方位观察,包括旋转、缩放和拖动等交互操作,客观清晰地辅助医生观察重建模型。因此,本研究将以光线投射算法作为冠脉三维重建的基础算法。

光线投射算法是一种基于二维影像序列的直接体绘制算法,将二维影像数据中的三维特征进行高

质量重现。该方法的基本思想是从屏幕上的每一个像素点发出一条射线,此射线穿过体数据集,并按照一定的步长沿着射线的方向进行采样<sup>[10]</sup>。对于每个采样点,计算其颜色值和不透明度,然后,通过前向或后向逐点计算,累积每个像素的颜色值和不透明度,最终得到每个像素的最终颜色值,由这些像素组成最终的三维重建模型。传统光线投射算法流程示意图如图1所示。

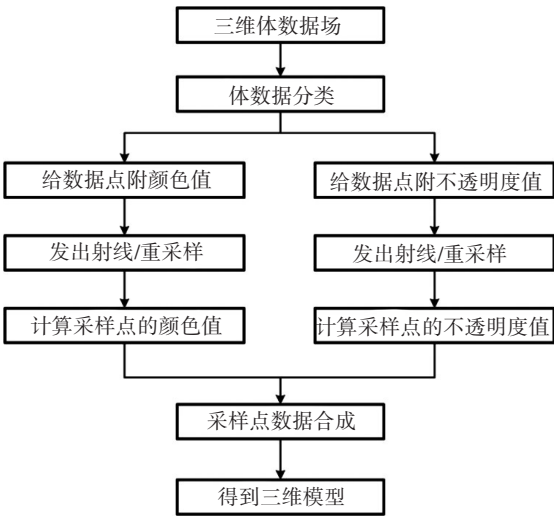


图1 传统光线投射算法流程图  
Figure 1 Flowchart of traditional ray casting algorithm

## 1.2 传统的体绘制分类技术

在光线投射算法中,体绘制分类计数是其中重要的环节之一。医学体数据分类是通过传递函数实现的,利用不同的颜色值将不同的组织分开,传递函数一般为一阶线性分段函数。传统的分类方法有先分类和后分类两种<sup>[20]</sup>。

先分类方法如图2所示<sup>[21]</sup>。在光线投射算法的第一个步骤中,将体数据的颜色值加载到数据场中,然后进行重采样插值运算,此时若改变传递函数,三维体数据场将重新赋值,增大计算量。重采样插值过程是对颜色值进行计算,重建模型往往无法得到正确物理属性,因此先分类方法存在固有缺陷。

为了将预设的光学属性正确映射到三维模型,后分类方法逐渐被应用于光线投射算法。该方法改进分类流程,首先利用原始体数据场标量值进行重采样插值运算,得到各重采样点的标量值,然后通过传递函数对重组后的数据场赋颜色值和不透明度值,最后进行采样点数据合成运算(图3)。通过后分类方法可以将预设的物理属性正确映射至三维模型,但是该方法需要对每个采样点都进行映射,重建速度有待提升<sup>[21]</sup>。



图2 先分类示意图

Figure 2 Schematic diagram of first classification



图3 后分类示意图

Figure 3 Schematic diagram of post classification

### 1.3 预积分技术

预积分技术的思想源于体绘制积分。根据奈奎斯特采样定律<sup>[22]</sup>,只有当采样频率超过原始信号最高频率的两倍,才可以将信号完整复现。在三维重建的过程,由于一阶传递函数的非线性,在某些情况下传递函数存在突变区域,造成奈奎斯特频率剧增,影响三维模型的质量,因此本研究采用预积分技术提升三维重建绘制质量。预积分技术将体绘制的整个过程分为两个步骤,首先是沿视线方向对连续的体数据标量场进行采样,然后是通过预积分表查找的方式对每两个采样点之间的线段做体绘制积分。基于预积分的光线投射算法是逐段积分的方式,传统光线投射算法是逐切片积分的方式<sup>[23]</sup>。

医学影像三维重建常采用吸收-发射模型。假设 $\vec{x}(t)$ 是穿过医学体数据场的某一条光线, $t$ 是视点到采样点的距离,那么光线上采样点的标量值为 $s(x(t))$ 。如果用距离值 $t$ 代表标量值 $s$ ,那么就将光线吸收系数定义为 $\kappa(t) = \kappa(s(x(t)))$ ,颜色发射系数定义为 $c(t) = c(s(x(t)))$ 。在预积分中,首先需要对连续的体数据标量场 $s(x)$ 进行采样,随后通过查找表的方式对每一小段的颜色值和不透明度值 $A_i$ 进行积分。假设第 $i$ 个采样段的起始点 $s_f = s(x(id))$ ,采样终点 $s_b = s(x((i+1)d))$ ,其中, $d$ 为采样长度,表示的是某一采样段起始点和终止点之间的距离。假设光线上有两个固定采样点 $t = m_1$ 和 $t = m_2$ ,二者之间的吸收函数表示为 $\tau(m_1, m_2) = \int_{m_1}^{m_2} \kappa(t) dt$ 。第 $i$ 个采样段的 $A_i$ 可以表示为:

$$A_i = 1 - e^{-\int_{s_f}^{s_b} \tau(s(x(t))) ds} \quad (1)$$

对其近似表示可以得到:

$$A_i \approx 1 - e^{-\int_{s_f}^{s_b} \tau((1-t)s_f + ts_b) d \cdot dt} \quad (2)$$

通过计算可以得到,采样段的 $A_i$ 只与 $s_f, s_b$ 和 $d$ 有关。相应地,颜色值 $C_i$ 可以表示为:

$$C_i \approx \int_{s_f}^{s_b} c((1-t)s_f + ts_b) \times e^{-\int_{s_f}^{s_b} \tau((1-t')s_f + t's_b) d \cdot dt'} d \cdot dt \quad (3)$$

与 $A_i$ 的计算方式类似, $C_i$ 同样只与 $s_f, s_b$ 和 $d$ 有关,体绘制预积分要考虑 $A_i$ 对颜色值的调和作用,像素强度 $I$ 用式(4)表示:

$$I \approx \int_0^1 c((1-t)s_f + ts_b) \cdot \tau((1-t)s_f + ts_b) \cdot e^{-\int_{s_f}^{s_b} \tau((1-t')s_f + t's_b) d \cdot dt'} d \cdot dt \quad (4)$$

通过上述推导, $I$ 只与 $s_f, s_b$ 和 $d$ 有关。如果 $d$ 是一个常数,只需要对 $s_f$ 和 $s_b$ 进行计算,便可以得到 $I$ ,有效减少积分运算的复杂性。预积分方法可以规避最大的奈奎斯特采样频率,提升三维重建绘制质量;但是预积分技术在绘制过程中,查找预积分表需要耗费不必要的时间,因此本研究提出基于改进预积分技术的光线投射算法,以提升重建速度。

### 1.4 改进的预积分技术

在预积分技术中,第 $i$ 个采样段的不透明度值为 $A_i$ ,颜色值为 $C_i$ ,针对不同的采样起点 $s_f$ ,采样终点 $s_b$ 以及采样长度 $d$ 组合,都需要重新计算。由于积分计算比较复杂,因此简化式(2)和式(3)成为优化预积分的重点。本研究将上述两式优化,提出预积分加速算子,同时将预积分合成过程简化,实现对预积分光线投射算法的加速。将式(2)通过 $s_f, s_b$ 和 $d$ 表示,则会有:

$$A_i = A(s_f, s_b, d) \quad (5)$$

假设 $T(s) = \int_0^s \tau(s) ds$ ,经过近似变化 $A_i$ 可以改写为:

$$A_i(s_f, s_b, d) = 1 - e^{-\frac{d}{s_b - s_f} (T(s_b) - T(s_f))} \quad (6)$$

在 $d$ 一定的情况下,对于不同的 $s_f$ 和 $s_b$ ,只计算 $T(s)$ 积分的大小就可以得到 $A_i$ 。同样地,将式(3)通过 $s_f, s_b$ 和 $d$ 表示,则会有:

$$C_i = C(s_f, s_b, d) \quad (7)$$

假设 $K(s) = \int_0^s c(s) ds$ ,经过近似变化 $C_i$ 可以改写为:

$$C_i = \frac{d}{s_b - s_f} (K(s_b) - K(s_f)) \quad (8)$$

通过 $T(s)$ 与 $K(s)$ 两个预积分加速算子实现对预积分的加速,只对 $T(s) = \int_0^s \tau(s) ds$ 和 $K(s) = \int_0^s c(s) ds$ 两个积分算子计算,即可求解式(6)和式(8)的不透明度值和颜色值,有效简化积分运算,提升三维重建速度。

为进一步提升绘制速度,本研究对体绘制积分中的合成步骤进行优化,假设第 $i$ 个采样段的颜色值为 $C_{\text{now}}^i$ ,不透明度值为 $\alpha_{\text{now}}^i$ ,进入第 $i$ 个采样段之前的



颜色值为  $C_{in}^i$ , 不透明度值为  $\alpha_{in}^i$ , 光线从第  $i$  个采样段射出后的颜色值为  $C_{out}^i$ , 不透明度值为  $\alpha_{out}^i$ , 预积分合成计算公式为:

$$C_{out}^i \alpha_{out}^i = C_{in}^i \alpha_{in}^i + C_{now}^i \alpha_{now}^i (1 - \alpha_{in}^i)$$

(9)

$$\alpha_{out}^i = \alpha_{in}^i + \alpha_{now}^i (1 - \alpha_{in}^i)$$

(10)

在合成计算中, 每次都需要对上述公式进行反复迭代, 得到  $C_{out}^i$  和  $\alpha_{out}^i$ , 运算复杂。由于在医学体数据进行三维重建时, 一般来说  $\alpha_{in}^1 = 0$ , 并且不是所有的光线都能成功投射到屏幕上, 假设在第  $n$  个采样段上光线不透明度达到最大值 1 或者完成合成运算时, 设定  $\alpha_{out}^n = 1$ , 因此式(9)可以转化为:

$$I = C_{out}^n = \sum_{i=0}^n C_{now}^i \alpha_{now}^i (1 - \alpha_{in}^i)$$

(11)

通过以上对预积分的合成计算进行简化可以有效提升运算速度。

本研究在光线投射算法中引入预积分技术来提升图像质量, 提出预积分加速的简化算子, 对  $C_i$  和  $A_i$  的计算进行加速, 同时简化预积分合成计算的公式, 提出基于改进预积分技术的光线投射算法, 既可以提升传统光线投射算法的重建速度, 也可以提升模型质量。

2 实验结果与分析

2.1 实验设备与数据库

本实验是在 Windows 10 系统下的 Visual Studio 2019 环境中进行的, 实验 CPU 为 AMD Ryzen™ 7 4800H, 计算机内存为 16 GB, 显卡为 NVIDIA GeForce GTX 1650, 显存为 4 GB。实验数据采用 20 张人工合成的三维圆锥图像进行客观评价, 大小为 1 100×850 像素, 层间距为 0.75 mm。在真实医学数据方面, 数据库选用于来自于北京协和医院的真实患者冠脉断层影像, 共 215 张切片, 图像为 DICOM 格式, 大小为 512×512 像素, 层间距为 0.5 mm。

2.2 人工合成三维图像重建结果与分析

本实验利用均方误差值 (Mean Square Error, MSE) [24] 和结构相似性系数 (Structural Similarity, SSIM) [25] 两个客观评价指标对三维模型的重建质量进行评价, MSE 的计算式如下:

$$MSE = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (f_1(x, y) - f_2(x, y))^2}{M \times N}$$

(12)

其中,  $M$  为像素的列数,  $N$  为像素的行数,  $f_1(x, y)$  和  $f_2(x, y)$  分别表示为在同一视角下原始图像和三维重建图像的三通道的像素值。MSE 越小, 三维重建质量越好。

SSIM 计算如下:

$$SSIM = \frac{(2\mu_x \mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}$$

(13)

其中,  $\mu_x$  和  $\mu_y$  分别表示两张进行对比图像 3 个通道的像素均值,  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  分别表示两张图像的方差,  $\sigma_{xy}$  表示协方差, 并且  $C_1 = (K_1 L)^2$  和  $C_2 = (K_2 L)^2$ , 一般而言,  $K_1 = 0.01, K_2 = 0.03, L = 225$ 。SSIM 的范围为 0~1, SSIM 越接近 1, 重建图像的质量越好。

实验结果对比如表 1 所示, 圆锥重建时间取 10 次实验的平均值。基于预积分技术的光线投射算法与传统的光线投射算法相比, 重建速度几乎相差无几。通过预积分加速算子对预积分技术进行改进, 相较于传统的光线投射算法, 提出算法可以提升三维圆锥重建速度 16.0%。本研究提出基于改进预积分技术的光线投射算法, 不但采用预积分加速算子, 而且将预积分合成计算公式加以改进, 将传统光线投射算法重建速度提升 22.5%。综上所述, 本研究提出的基于改进预积分技术的光线投射算法可以有效提升三维圆锥重建速度。

表 1 人工合成三维图像重建时间指标对比(s)

Table 1 Comparison of time for 3D image reconstruction of synthetic cone (s)

| 算法                     | 圆锥重建时间 |
|------------------------|--------|
| 光线投射算法 <sup>[10]</sup> | 2.13   |
| 基于预积分技术的光线投射算法         | 2.06   |
| 基于预积分加速算子的光线投射算法       | 1.79   |
| 基于改进预积分技术的光线投射算法       | 1.65   |

为验证圆锥三维重建的图像质量, 本研究对传统的 Levoy 光线投射算法、基于预积分技术的光线投射算法和基于改进预积分技术的光线投射算法的模型质量方面进行对比, 三维圆锥重建结果如图 4 所示, 具体实验结果如表 2 所示。

由于圆锥切片数据量较少, 几种算法重建出的三维圆锥堆叠感明显, 均与圆锥原图相差较大。在基于预积分技术的光线投射算法和基于改进预积分技术的光线投射算法中, 采样过程和绘制过程分离, 在视觉感官上, 重建模型明显更接近原始圆锥, 有更加丰富的立体感, 但是二者在重建效果方面差别不大。在客观评价指标的对比方面, 基于预积分技术的光线投射算法和基于改进预积分技术的光线投射算法 MSE 均小于传统光线投射算法, 二者重建圆锥 SSIM 均大于传统光线投射算法, 证明提出方法的有效性。综上所述, 基于改进预积分技术的光线投射算法不但可以提升传统光线投射算法的重建速度, 也可以提升重建质量。

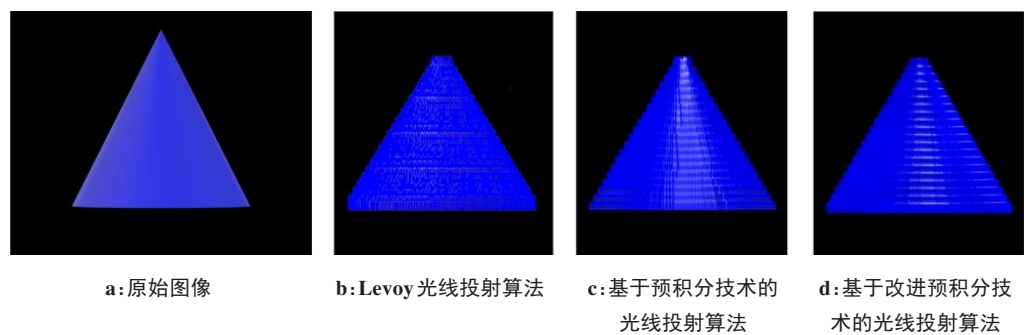


图4 三维圆锥图像重建结果  
Figure 4 Results of 3D cone image reconstruction

表2 人工合成三维图像重建结果对比  
Table 2 Results comparison of 3D image reconstruction of synthetic cone

| 算法                     | 圆锥MSE  | 圆锥SSIM  |
|------------------------|--------|---------|
| 光线投射算法 <sup>[10]</sup> | 137.12 | 0.724 2 |
| 基于预积分技术的光线投射算法         | 103.76 | 0.843 3 |
| 基于改进预积分技术的光线投射算法       | 107.93 | 0.835 9 |

表3 医学影像三维重建时间对比(s)  
Table 3 Comparison of medical image 3D reconstruction time (s)

| 算法                     | 冠脉平均绘制时间 |
|------------------------|----------|
| 光线投射算法 <sup>[10]</sup> | 17.36    |
| 基于预积分技术的光线投射算法         | 16.07    |
| 基于预积分加速算子的光线投射算法       | 14.15    |
| 基于改进预积分技术的光线投射算法       | 13.23    |

2.3 真实医学影像三维重建结果与分析

本实验对真实冠脉医学影像序列进行三维重建,重建时间对比如表3所示。基于预积分技术的光线投射算法和传统光线投射算法相比,重建速度大致相当。引入预积分加速算子后,较传统的光线投射算法而言,基于预积分加速算子的光线投射算法可以将冠脉重建速度提升18.5%。本研究提出的改进预积分技术的光线投射算法不但采用预积分加速算子,而且将预积分的合成流程加以改进,相较于传统的光线投射算法,可以将冠脉绘制速度提升23.8%。综上所述,本文算法可以有效提升医学三维重建的速度。

在医学三维重建质量方面,冠脉的重建结果如图5所示。相对于传统的光线投射算法,本实验中的两种基于预积分的光线投射方法,在重建模型清晰

度方面有了极大提升,但是重建体的质量相差不大。在观察模型的局部放大图时,传统的Levoy光线投射算法存在明显的锯齿现象,严重影响对三维重建模型的观察,而两种基于预积分的重建方法完全消除了锯齿现象,重建模型有丰富的立体感。结果表明,预积分技术可以有效提升模型的质量。

3 结 论

传统的光线投射算法生成的三维模型的质量与绘制速度均有待提高。针对传统的体数据分类方法无法得到正确物理属性的固有缺陷,本研究引入预积分技术改进光线投射算法,消除由于不满足奈奎斯特采样定理造成的锯齿现象,提升三维重建模型的质量。此外,针对预积分技术在绘制过程中耗时较长的问题,本研究提出预积分加速算子,简化预积

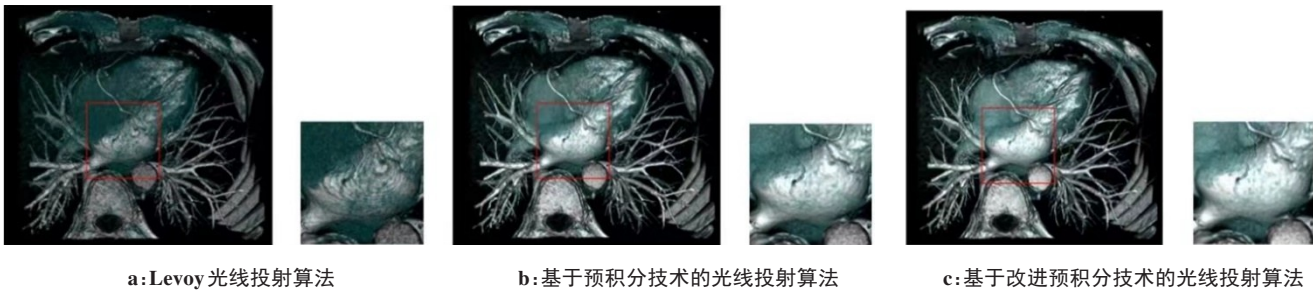


图5 冠脉三维重建结果  
Figure 5 Results of coronary artery 3D reconstruction

分合成计算公式,实现预积分技术的加速。实验结果表明,预积分技术可以有效提升光线投射算法的模型质量,提出的基于改进预积分技术的光线投射算法可以有效提升传统光线投射算法的速度。

## 【参考文献】

- [1] 曾健. 超快速手持式光学分辨率光声显微成像系统[D]. 成都: 电子科技大学, 2020.  
Zeng J. Ultrafast handheld optical resolution photoacoustic microscopy [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2020.
- [2] 唐智贤, 王一森, 周靓怡, 等. 人工智能技术在肺部影像辅助诊断中的应用进展[J]. 中国医学物理学杂志, 2022, 39(5): 655-660.  
Tang ZX, Wang YM, Zhou LY, et al. Artificial intelligence technologies in lung imaging assisted diagnosis: a review [J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2022, 39(5): 655-660.
- [3] Abreu-Gomez J, Krishna S, Narayanasamy S, et al. Dynamic contrast-enhanced MRI-upgraded prostate imaging reporting and data system version 2 category 3 peripheral zone observations stratified by a size threshold of 15 mm[J]. Am J Roentgenol, 2019, 213(4): 836-843.
- [4] Zhang J, Zhang SX, Chen XX, et al. A novel medical 3D reconstruction based on 3D scale-invariant feature transform descriptor and quaternion-iterative closest point algorithm[J]. J Med Imaging Health Inform, 2019, 9(7): 1361-1372.
- [5] 常春红. 医学图像三维重建关键算法研究[D]. 淄博: 山东理工大学, 2021.  
Chang CH. Research on key algorithms for 3D reconstruction of medical images[D]. Zibo: Shandong University of Technology, 2021.
- [6] Jung Y. Automatic transfer function design for medical direct volume rendering via clustering-based ray analysis[J]. J Med Imaging Health Inform, 2021, 11(4): 1055-1062.
- [7] 闫强, 陈春晓, 王亮. 基于加权追踪的医学影像体绘制技术[J]. 计算机仿真, 2022, 39(4): 166-169.  
Yan Q, Chen CX, Wang L. Medical image volume rendering technology based on weighted tracking[J]. Computer Simulation, 2022, 39(4): 166-169.
- [8] 吕杰. 纹理映射技术在青铜器数字化复原中的应用[J]. 艺术研究, 2021, 5: 78-81.  
Lü J. Application of texture mapping technology in digital restoration of bronzes[J]. Art Research, 2021, 5: 78-81.
- [9] Westover L. Footprint evaluation for volume rendering[J]. Comput Graph, 1990, 24(4): 367-376.
- [10] Levoy M. Display of surfaces from volume data[J]. IEEE Comput Graph Appl, 1988, 8(3): 29-37.
- [11] Abdellah M, Eldeib A, Sharawi A. High performance GPU-based Fourier volume rendering[J]. Int J Biomed Imaging, 2015, 2015: 590727.
- [12] 张继, 何兵. 一种基于错切变形的分布式体绘制算法[C]//全国第20届计算机技术与应用学术会议(CACIS·2009)暨全国第1届安全关键技术与应用学术会议论文集(下册). 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009: 56-62.  
Zhang J, He B. A distributed volume rendering algorithm based on shear-warp[C]//The 20th National Academic Conference on Computer Technology and Applications (CACIS·2009). Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2009: 56-62.
- [13] Timokhin PY, Mikhaylyuk MV. Real-time modeling of dynamic terrain shadows based on multilevel ray casting [J]. Program Comput Software, 2022, 48(3): 190-198.
- [14] 曾艳阳, 裴庆庆, 李保锐. 基于自适应复合插值的光线投射算法[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(11): 4187-4194.  
Zeng YY, Pei QQ, Li BK. Ray-casting algorithm based on adaptive compound interpolation[J]. Journal of System Simulation, 2018, 30(11): 4187-4194.
- [15] Deakin L, Knackstedt M. Accelerated volume rendering with Chebyshev distance maps [C]//SIGGRAPH Asia 2019 Technical Briefs. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2019: 25-28.
- [16] 王逸夫, 王瑜, 邢素霞, 等. 基于改进光线投射法的冠脉图像三维重建[J]. 中国医学物理学杂志, 2021, 38(4): 431-435.  
Wang YF, Wang Y, Xing SX, et al. 3D image reconstruction of coronary angiography based on improved ray-casting volume rendering algorithm[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2021, 38(4): 431-435.
- [17] 郭全. 基于三维重建技术的计算机辅助医学诊断平台设计与实现[D]. 淄博: 山东理工大学, 2018.  
Guo Q. The design and implementation of computer-aided medical diagnosis platform based on 3D reconstruction technology[D]. Zibo: Shandong University of Technology, 2018.
- [18] 王森森. 基于改进Ray Casting的椎骨CT图像三维重建系统的设计与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2020.  
Wang MM. Vertebral CT image based on improved Ray Casting design and implementation of 3D reconstruction system[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2020.
- [19] 宫宁, 王瑜, 王逸夫, 等. 基于反距离加权插值和改进采样点数据合成的医学影像三维重建[J]. 中国医学物理学杂志, 2022, 39(12): 1510-1515.  
Gong N, Wang Y, Wang YF, et al. Three-dimensional medical image reconstruction using inverse distance weight and improved data synthesis of sampling points[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2022, 39(12): 1510-1515.
- [20] 刘向涛. 基于预积分的三维纹理体绘制[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.  
Liu XT. Three-dimensional texture volume rendering based on pre-integrated[D]. Xi'an: Xidian University, 2010.
- [21] 李志祥. 基于智能优化算法的医学图像实时体绘制[D]. 武汉: 华中科技大学, 2017.  
Li ZX. Real-time volume rendering of medical images based on intelligent optimization algorithm[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2017.
- [22] Tse JR, Shen LY, Shen J, et al. Nyquist sampling theorem and Bosniak classification, version 2019: effect of thin axial sections on categorization and agreement[J]. Eur Radiol, 2022, 32(12): 8256-8265.
- [23] 徐冰. 高清体绘制算法的研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2013.  
Xu B. A research to high definition volume rendering[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2013.
- [24] Filzasavitra P, Purboyo TW, Saputra RE. Analysis of steganography on PNG image using least significant bit (LSB), peak signal to noise ratio (PSNR) and mean square error (MSE)[J]. J Eng Appl Sci, 2019, 14(21): 7821-7827.
- [25] 董锐. 基于光流法和结构相似度的无线视频质量评价方法[J]. 河南工程学院学报(自然科学版), 2022, 34(3): 65-68.  
Dong R. Wireless video quality evaluation method based on optical flow method and structural similarity[J]. Journal of Henan University of Engineering (Natural Science Edition), 2022, 34(3): 65-68.

(编辑: 谭斯允)