

## 基于反距离加权插值和改进采样点数据合成的医学影像三维重建

宫宁,王瑜,王逸夫,肖洪兵,孙梅  
北京工商大学人工智能学院,北京 100048

**【摘要】**传统的体绘制光线投射算法虽然已成为医学影像三维重建的主流方法之一,但是其生成的三维模型质量与绘制速度仍不能满足临床医学诊断的要求。本研究提出一种基于反距离加权插值和改进采样点数据合成的医学影像三维重建算法,通过反距离加权插值方法提升绘制速度;通过增加采样点的个数提高三维重建的成像质量。实验结果表明,该算法在提高成像质量的同时可以提高绘制速度,可将圆锥绘制速度较传统方法提升20%,髋关节平均绘制速度提升18%,并且生成圆锥图像的MSE小于传统算法,SSIM大于传统算法。

**【关键词】**医学影像;三维重建;光线投射算法;反距离加权插值;采样点

**【中图分类号】**R318;TP317.4

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2022)12-1510-06

### Three-dimensional medical image reconstruction using inverse distance weight and improved data synthesis of sampling points

GONG Ning, WANG Yu, WANG Yifu, XIAO Hongbing, SUN Mei

School of Artificial Intelligence, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China

**Abstract:** Although the traditional volume rendering algorithm using ray casting has become one of the mainstream methods for three-dimensional (3D) image reconstruction in medical imaging, the imaging quality and rendering speed still cannot meet the requirements for clinical medical diagnosis. A 3D image reconstruction algorithm using inverse distance weight and improved data synthesis of sampling points is proposed, with inverse distance weight to reduce the rendering time, and increasing number of sampling points to enhance the imaging quality of 3D image reconstruction. The experimental results reveal that the proposed algorithm can enhance the rendering speed while improving imaging quality. Compared with the traditional method, the 3D image reconstruction algorithm using inverse distance weight and improved data synthesis of sampling points increases the conical rendering speed by 20%, enhances the hip joint rendering speed by 18%, and has smaller MSE and higher SSIM in conical image reconstruction.

**Keywords:** medical image; three-dimensional reconstruction; ray casting algorithm; inverse distance weight; sampling point

### 前言

随着现代计算机断层扫描(CT)、核磁共振成像(MRI)、超声波扫描(US)等数字化成像技术的发展,医学图像可视化已成为研究的热点<sup>[1-3]</sup>。传统医学诊

断中,虽然可以通过医学诊断设备得到清晰准确的某一组织或器官二维截面影像,但是在连续的二维数字影像序列中仍存在某些对基础研究与临床应用很有价值的三维特征。随着人工智能技术在医学影像领域的发展,医学影像三维重建技术应运而生<sup>[4-5]</sup>。

医学影像的体绘制技术目前已成为医学影像三维重建技术的主流方法之一<sup>[6-7]</sup>,包括光线投射、错切-变形算法、抛雪球算法等,而其中的光线投射算法是体绘制技术中成像效果较好的方法<sup>[8-9]</sup>。光线投射算法虽然原理简单且容易实现,但是在临床应用与基础研究中,传统的光线投射体绘制算法可能会由于采样点个数不满足奈奎斯特定理而出现图像质量较差的问题<sup>[9]</sup>,并且传统的光线投射算法绘制时间也不能满足临床医学诊断实时性的要求<sup>[10]</sup>。

**【收稿日期】**2022-05-26

**【基金项目】**北京市自然科学基金-北京市教育委员会科技计划重点项目(KZ202110011015);2022年北京工商大学研究生科研能力提升计划项目

**【作者简介】**宫宁,硕士研究生,研究方向:图像处理与模式识别,E-mail: hebeigongn@163.com

**【通信作者】**王瑜,博士,教授,研究方向:图像处理与模式识别,E-mail: wangyu@btbu.edu.cn

优化医学三维重建的实时性与图像质量主要可以考虑计算机硬件和软件两个方面,但是在实际应用中,计算机硬件的提升往往因成本较高而受到限制,因此主要对传统三维重建的算法原理进行优化<sup>[11]</sup>。尹哲<sup>[12]</sup>通过采用可提供多个方位医学图像序列的多平面重建技术,结合医学图像三维重建的辅助分割技术,进一步提高图像的精细度。王逸夫等<sup>[13]</sup>提出一种简化重采样插值中三线性插值复杂性的光线投射算法,并结合切比雪夫空体素跳跃法,保证了三维重建的模型质量,提升了算法效率。Wang等<sup>[14]</sup>提出一种并行体绘制方法,通过基于图像的空间划分和八叉树的数据空间划分的混合并行化,实现图像质量的优化。王森森<sup>[15]</sup>首先对原始图像进行滤波处理、图像增强,然后利用包围盒算法、光线跳跃和光线提前终止技术对传统的光线投射算法加以改进,以减少无效体素的重采样与光线数量,提高三维重建的图像质量与算法效率。刘晓<sup>[16]</sup>提出一种基于七方向Box样条的等值面三维重建可视化算法,对梯度和插值的计算方式加以改进,并结合多种体数据属性值和梯度幅值,构成新的颜色映射传递函数,增加算法的可靠性与绘制精度。郭全<sup>[17]</sup>提出基于复剪切波的多模态图像融合方法,以此实现融合多模态图像的体绘制,并通过改进快速轮廓树构建算法,设计一种高效体绘制渲染方法,以提高成像质量。李志祥<sup>[18]</sup>为了提高体绘制图像的立体感与纵深感,提出一种Blinn-Phong局部光照模型对体绘制结果进行渲染,为了增加已经分类的体数据之间的差异性,提出一种不同传输函数融合的方法,改善图像的绘制效果。

在上述方法的启发下,本研究提出一种基于反距离加权插值(Inverse Distance Weight, IDW)和改进采样点数据合成的医学影像三维重建算法,不仅提高了绘制出的图像质量,而且提升了图像的绘制速度。

1 方法

1.1 传统光线投射算法的基本原理

光线投射算法作为体绘制技术中最为常用的方法,是所有三维重建算法中绘制质量最好的算法之一。该算法能对目标人体组织各个位置进行精细的绘制,并可以对重建出的模型进行全方位的观察,包括旋转、缩放和拖动等,以满足医学工作者对三维重建后模型质量的要求<sup>[19-20]</sup>。因此,本研究将以光线投射算法作为髌关节三维重建的算法基础。

光线投射算法是一种基于二维图像序列的直接体绘制算法,将二维图像数据中的三维特征重现出

来。其基本原理是:从屏幕上的每一个像素点出发,发出一条沿视线方向的射线,当其穿过医学体数据时,首先以预先设定的步长进行等距采样,然后将预先通过插值方法计算出的各采样点的颜色值以及不透明度值,按照光线投射算法中传统的从前到后或从后到前的方法进行合成,最后计算出所有光线对应的屏幕上像素点的颜色值,得到一幅完整的三维图像。

光线投射算法在流程上可以分为数据值分类、赋颜色值和不透明度值、重采样插值计算和图像合成4个部分<sup>[21-22]</sup>。本研究利用IDW代替传统光线投射算法中的三线性插值,以简化插值方法,提升绘制三维模型速度,同时结合改进的采样点数据合成方法提升图像质量。

1.2 重采样插值描述

1.2.1 传统的三线性插值方法 传统的光线投射算法采用三线性插值,将从屏幕上发射的光线投入三维数据场,并在每条光线上进行等间距采样,但是由于每个采样点一般不在原始数据点上,因此称之为重采样点;随后对距离该重采样点最近的8个原始数据点进行三线性插值,计算出其颜色值与不透明度,传统的三线性插值原理如图1所示。

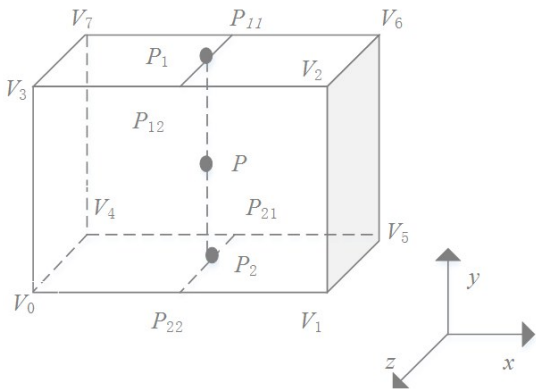


图1 三线性插值示意图  
Figure 1 Schematic diagram of trilinear interpolation

假设dx、dy和dz分别对应于点P在x、y和z轴上相对顶V<sub>4</sub>的偏移量,其中点P(x,y,z)是8个原始数据点V<sub>0</sub>(i,j,k)、V<sub>1</sub>(i+1,j,k)、V<sub>2</sub>(i+1,j,k+1)、V<sub>3</sub>(i,j,k+1)、V<sub>4</sub>(i,j+1,k)、V<sub>5</sub>(i+1,j+1,k)、V<sub>6</sub>(i+1,j+1,k+1)、V<sub>7</sub>(i,j+1,k+1)经三线性插值得到的,其中x、y、z方向的重采样间距用Δx、Δy、Δz表示,原始数据点中i=[x/Δx],j=[y/Δy],k=[z/Δz],其中“[.]”代表取不大于原数的整数,传统三线性插值主要分为以下3个步骤:

(1)通过对x轴方向的插值运算,计算出P<sub>11</sub>、P<sub>12</sub>、

$P_{21}$ 、 $P_{22}$ 的值:

$$\begin{aligned} P_{11} &= V_7 + dx(V_6 - V_7) \\ P_{12} &= V_3 + dx(V_2 - V_3) \\ P_{21} &= V_4 + dx(V_5 - V_4) \\ P_{22} &= V_0 + dx(V_1 - V_0) \end{aligned} \quad (1)$$

(2)通过对 $z$ 轴方向的插值运算,以步骤(1)中

$P_{11}$ 、 $P_{12}$ 、 $P_{21}$ 、 $P_{22}$ 的值计算出 $P_1$ 、 $P_2$ 的值:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{11} + dz(P_{12} - P_{11}) \\ P_2 &= P_{21} + dz(P_{22} - P_{21}) \end{aligned} \quad (2)$$

(3)通过对 $y$ 轴方向的插值运算,通过 $P_1$ 、 $P_2$ 计算出 $P$ 的值:

$$P = P_2 + dy(P_1 - P_2) \quad (3)$$

将式(1)与式(2)代入式(3)中,得到 $P(x, y, z)$ :

$$\begin{aligned} P(x, y, z) &= V_0(i, j, k) * (1 - u) * (1 - v) * (1 - w) + \\ &V_1(i + 1, j, k) * u * (1 - v) * (1 - w) + \\ &V_2(i + 1, j, k + 1) * u * (1 - v) * w + \\ &V_3(i, j, k + 1) * (1 - u) * (1 - v) * w + \\ &V_4(i, j + 1, k) * (1 - u) * v * (1 - w) + \\ &V_5(i + 1, j + 1, k) * u * v * (1 - w) + \\ &V_6(i + 1, j + 1, k + 1) * u * v * w + \\ &V_7(i, j + 1, k + 1) * (1 - u) * v * w \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $u = x/\Delta x - i$ ,  $v = y/\Delta y - j$ ,  $w = z/\Delta z - k$ 。

**1.2.2 IDW** 由于传统的三线性插值公式复杂,计算量巨大,并且在光线投射算法中占用时间比重最高,因此本研究采用IDW以提升三维模型的绘制速度<sup>[23-25]</sup>。IDW是一种将原始数据点与采样点之间的距离作为权重的插值方法,并且认为每个近邻的原始数据点都会对重采样点产生影响,该影响是由距离大小来决定的,采样点距离越小,则该邻近原始数据点的权重越大,即距离与权重大小成反比关系。

如图2所示,设 $A_i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 为原始数据点, $A(x, y, z)$ 是重采样点, $f(A_i)$ 是原始邻近数据点的颜色值与不透明度, $f(A)$ 是重采样点的颜色值 $C$ 与不透明度 $a$ 。根据IDW的原理, $f(A)$ 可表示为:

$$f(A) = \sum_{i=1}^n w_i * f(A_i) \quad (5)$$

其中, $w_i$ 表示原始邻近数据点 $A_i$ 到重采样点距离的权重,并且所有权重相加值为1:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (6)$$

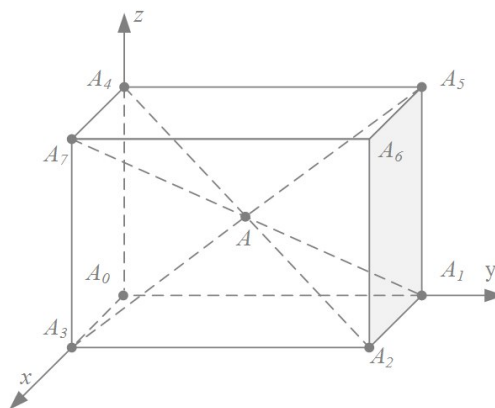


图2 IDW示意图

Figure 2 Schematic diagram of inverse distance weight

如果设 $d_i$ 为原始邻近数据点 $A_i$ 到重采样点的欧氏距离,则其可以表示为:

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (7)$$

原始邻近数据点 $A_i$ 到重采样点距离的权重可以表示为:

$$w_i = \frac{1/d_i}{\sum_{i=1}^n 1/d_i} \quad (8)$$

IDW简化了插值公式复杂程度,提升了插值算法效率,并且可以计算出颜色值 $C$ 和不透明度 $a$ ;但是这种方法只能提升绘制速度,对图像质量并无提升,因此本研究提出改进采样点数据合成的光线投射算法以提升图像质量。

### 1.3 采样点数据合成描述

目前,根据传统的光线吸收模型与发射模型,常用的采样点数据合成方法有两种,一种是将每条射线上的采样点从后至前进行合成,另一种是将采样点从前至后进行合成。但是从后至前采样点合成方法需要对光线路径上所有采样点进行合成,计算量太大,因此在采样点合成这一步骤中通常采用从前至后的采样点合成方法。

**1.3.1 从前至后采样点合成方法** 这种合成算法按照与视点的距离,由近到远,分段将各采样点的颜色值和不透明度值进行逐层累加,得到该像素点的最终颜色。图3为从前至后采样数据合成示意图,其中颜色值合成与不透明度值合成的公式分别见式(9)和式(10)。

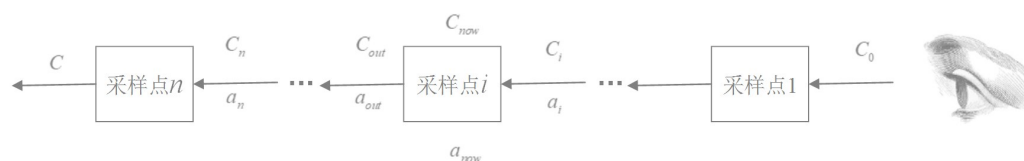


图3 从前至后采样点数据合成示意图

Figure 3 Schematic diagram of front-to-back sampling point data synthesis



$$C_{out}a_{out} = C_i a_i + C_{now} a_{now} (1 - a_i) \quad (9)$$

$$a_{out} = a_i + a_{now} (1 - a_i) \quad (10)$$

其中,射线上第*i*个采样点的颜色值和不透明度值分别为 $C_{now}$ 和 $a_{now}$ ,在对射线上某一个采样点进行合成前,射线的颜色值为 $C_i$ ,不透明度值为 $a_i$ ,对该采样点进行合成后,射线的颜色值和不透明度值分别为 $C_{out}$ 和 $a_{out}$ 。

在从前至后采样点数据合成的过程中,式(10)依次合成不透明度 $a$ ,此时 $a$ 值逐渐变大,当其值接近1时,表示累加到此的图像已经不透明,后面剩余采样点的颜色值已经看不见,因此没有必要继续进行采样点颜色值合成运算,可以将射线终止,减少采样点颜色值和不透明度值合成的计算开销,提高绘制的效率。而从后至前采样数据合成方法需要将射线上所有采样点进行合成运算,不能提前将射线终止。

由奈奎斯特采样定律可知,只有采样频率超过原始信号最高频率的二倍才能完整重建原始信号,而两种采样数据合成方法的采样频率在实际应用中不一定能满足奈奎斯特采样定律,导致最终绘制出的图像质量较差。

**1.3.2 改进的采样点数据合成方法** 本研究改进从前至后采样点数据合成方法。如图4所示,计算两个相邻采样点的颜色值 $C_a$ 、 $C_b$ 和不透明度值 $a_a$ 、 $a_b$ 的算术平均值,并将该算术平均值存入一个新的采样点,插入到两个采样点之间,即得到新采样点的颜色值 $C_{\frac{a+b}{2}}$ 和不透明度值 $a_{\frac{a+b}{2}}$ :

$$C_{\frac{a+b}{2}} = \frac{C_a + C_b}{2} \quad (11)$$

$$a_{\frac{a+b}{2}} = \frac{a_a + a_b}{2} \quad (12)$$

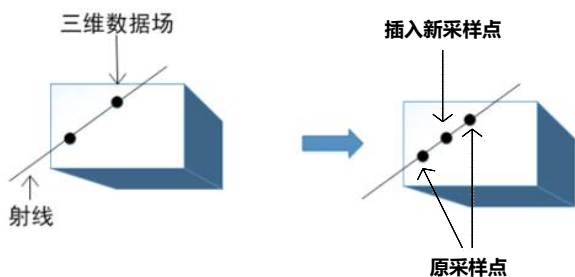


图4 改进从前至后采样数据合成模型图

Figure 4 Diagram of improved model for front-to-back sampling point data synthesis

增加中间采样点使进行合成运算时的采样频率增加,进而满足奈奎斯特采样定律,提高最终的成像质量。因为增加了采样点的个数,合成运算过程会

变得更复杂,导致运算速度变慢,于是本研究结合早期光线终止算法,在从前至后对不透明度进行合成时,当有射线上采样点合成的不透明度值达到了1,则终止该射线上的运算,取此颜色值为该射线上采样点的最终合成值,反之将射线上的所有采样点都按顺序进行合成运算,以此达到加快采样数据合成的目的。

#### 1.4 基于IDW与改进采样点数据合成的光线投射算法流程

本研究提出的算法在操作过程中,具体包括4个步骤:(1)在重采样插值的过程中,利用式(5)所示的IDW计算出各个重采样点的颜色值与不透明度值;(2)在相邻两个重采样点中插入一个新采样点,并利用式(11)和式(12)计算出新采样点的颜色值和不透明度值;(3)利用式(9)和式(10)进行采样点数据合成,并通过早期光线终止算法简化合成运算;(4)计算出所有光线对应的屏幕上像素点的颜色值,得到目标完整的三维模型。

## 2 实验结果与分析

### 2.1 实验设备与数据库

本实验是在 Windows 10 系统下的 Visual Studio 2019 环境中进行的,实验 CPU 为 AMD Ryzen™ 7 4800H,计算机内存为 16 GB,显卡为 NVIDIA GeForce GTX 1650 4 GB。实验数据采用人工合成的 20 张圆锥切片图像,层间距为 0.75 mm,像素为 1100×850。医学图像数据采用来自于北京安贞医院的真实患者的髋关节 CT 影像,图像为 DICOM 格式,每张图像大小为 512×512 像素,层间距 0.7 mm,图像数量共 411 张。

### 2.2 客观评测指标

本实验利用均方误差值 (Mean Square Error, MSE) 和结构相似性系数 (Structural Similarity Index, SSIM) 两个关键指标对三维模型的重建质量进行客观评测,MSE 的计算式如式(13)所示:

$$MSE = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (f_1(x,y) - f_2(x,y))^2}{M*N} \quad (13)$$

其中, $M$ 、 $N$ 分别为图像像素的列数和行数, $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 分别表示为在同一视角下原始图像和重建的三维图像的三通道的像素值。MSE 的值越小,三维重建质量越好。

SSIM 计算如式(14)所示:

$$SSIM = \frac{(2\mu_x \mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (14)$$

其中,  $\mu_x$  和  $\mu_y$  分别表示两幅进行对比的图像三通道的像素均值,  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  分别表示两图像的方差,  $\sigma_{xy}$  表示协方差, 并且  $C_1 = (K_1L)^2$  和  $C_2 = (K_2L)^2$ , 一般而言,  $K_1 = 0.01, K_2 = 0.03, L = 255$ 。SSIM的范围在0到1之间, 并且SSIM越接近于1, 重建图像的质量越好。

2.3 实验结果与分析

为了客观评测提出算法的有效性, 实验数据采

用人工合成三维圆锥图像, 如图 5a 所示, 传统光线投射算法、IDW 以及本文方法的 3D 重建结果分别如图 5b~d 所示。客观评测结果如表 1 所示。其中 MSE 和 SSIM 为重建 10 次图像算出的平均值, 平均绘制时间为图像重建 10 次的平均时间。髋关节三维重建结果如图 6 所示, 以下所有实验结果均是在同样的视角、大小比例下获得的。

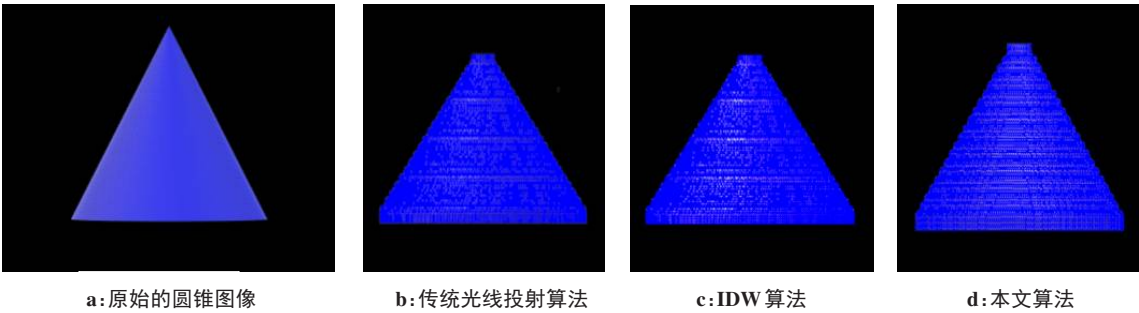


图5 重建结果  
Figure 5 Reconstruction results

表 1 3种算法重建图像的质量与速度对比  
Table 1 Comparison of image quality and rendering time among 3 algorithms

算法	圆锥 MSE	圆锥 SSIM	圆锥平均 绘制时间/s	髋关节平均 绘制时间/s
传统算法	137.12	0.724 2	2.13	31.52
IDW 算法	135.72	0.726 6	1.66	23.44
本文改进算法	113.78	0.791 2	1.70	25.80

由图 5 和表 1 的实验结果可以得出, 在光线投射算法中, 以 IDW 算法来代替三线性插值, 可以将圆锥平均绘制速度提升 22%, 但是当仅使用 IDW 算法时, 圆锥以及髋关节模型重建质量均无明显改善。当采用本研究提出的基于 IDW 与改进采样点数据合成的光线投射算法时, 圆锥绘制速度较传统方法提升

20%, 髋关节平均绘制速度提升 18%, 并且生成圆锥图像的 MSE 小于传统算法, 圆锥 SSIM 大于传统算法。

此外, 本研究还对临床医学影像进行对比实验。由图 6 可知, 当近距离观察三维模型时, 本研究提出的基于 IDW 和改进采样点数据合成的光线投射算法纹理细节相比传统算法更清晰, 改善了传统光线投射算法重建模型中的锯齿以及分层现象, 成像效果较好, 能满足临床医学诊断的要求。由于改进算法在采样数据合成步骤中通过增加采样点的数量提高采样频率, 以提高图像质量, 必然导致计算量的增加, 因此绘制时间相对于仅应用 IDW 算法要略长。上述实验结果表明, 本研究提出的基于 IDW 和改进采样点数据合成的光线投射算法的图像质量和绘制速度均优于传统光线投射算法。

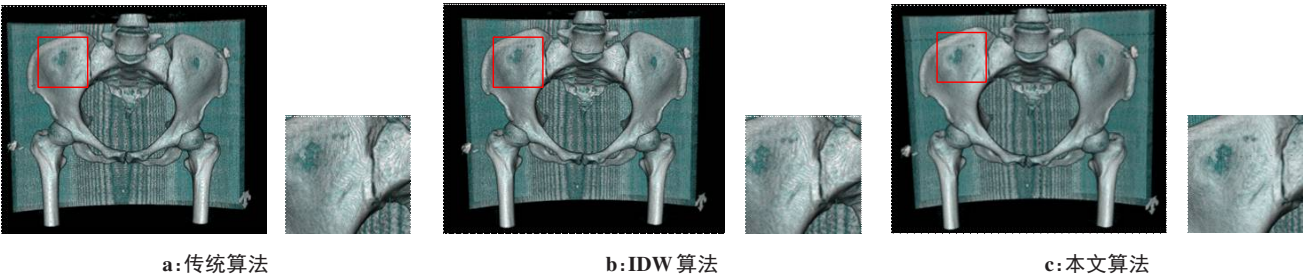


图6 髋关节重建图像比较结果  
Figure 6 Comparison of hip joint reconstruction images

### 3 结 论

在临床应用与基础研究中,常用于医学影像三维重建的光线投射算法由于其模型质量与重建的实时性均不能满足临床诊断的要求。针对传统光线投射算法中三线性插值过程复杂、计算量大的问题,本研究采用IDW简化插值计算,提高绘制效率;针对传统采样数据合成方法不能保证满足奈奎斯特采样定律,导致最终成像质量下降的问题,通过增加中间采样点来提高采样频率,进而提高图像重建质量。对比实验表明本研究提出的方法既能提高最终的成像质量,又同时提升了绘制速度。

### 【参考文献】

- [1] 甘妙格, 刘璐瑶. CT图像三维重建体绘制算法重采样改进[J]. 计算机与网络, 2021, 47(8): 63-66.  
Gan MG, Liu LY. An improved resampling method for volume rendering algorithm in CT image 3D reconstruction[J]. Computer and Network, 2021, 47(8): 63-66.
- [2] Li J, Wang Y, Lian Z, et al. The value of three-dimensional brain volume combined with time-of-flight MRA in microvascular decompression[J]. Stereotac Funct Neuros, 2019, 97(2): 120-126.
- [3] Choi G, Kim G, Lee S, et al. A study on the analysis of risk factors and correlations of coronary artery disease of the examinee taking coronary computed tomography angiography in a comprehensive health improvement center[J]. J Korean Soc Radiol, 2019, 13(7): 127-131.
- [4] Zhu Y, Zhu F, Ding Z, et al. Three-dimensional spatial reconstruction of coronary arteries based on fusion of intravascular optical coherence tomography and coronary angiography[J]. J Biophotonics, 2020, 14(3): e202000370.
- [5] Zhang J, Zhang S, Chen X, et al. A novel medical 3D reconstruction based on 3D scale-invariant feature transform descriptor and quaternion-iterative closest point algorithm[J]. J Med Imaging Health Inf, 2019, 9(7): 1361-1372.
- [6] 唐思源, 武敏, 李承美, 等. 医学图像三维重建的研究与设计[J]. 电子世界, 2020, 5: 182-183.  
Tang SY, Wu M, Li CM, et al. Research and design of 3D reconstruction of medical images[J]. Electronics World, 2020, 5: 182-183.
- [7] 刘振华. 基于光线投射算法的水质变化数据实时体绘制方法[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.  
Liu ZH. Real-time volume rendering method of water quality change data based on ray casting algorithm[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.
- [8] 庄涛. 基于材质预积分的实时光线追踪[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2021.  
Zhuang T. Real-time ray tracing based on material pre-integration[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2021.
- [9] 方威扬, 林东鑫, 寇万福, 等. 医学图像三维重建系统的研究进展[J]. 中国医学物理学杂志, 2022, 39(7): 823-827.  
Fang WY, Lin DX, Kou WF, et al. Advances in medical image three-dimensional reconstruction system[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2022, 39(7): 823-827.
- [10] 万里涛. 基于等值面提取的医学数据三维重建系统的设计与实现[D]. 武汉: 华中科技大学, 2020.  
Wan LT. Design and implementation of medical data 3D reconstruction system based on isosurface extraction [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2020.
- [11] 常春红, 王雷, 郝本利, 等. 基于光线投射算法的医学图像体绘制的改进[EB/OL]. [2020-09-10]. <http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/202009-28>.  
Chang CH, Wang L, Hao BL, et al. Improvement of medical image volume rendering based on ray casting algorithm[EB/OL]. [2020-09-10]. <http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/202009-28>.
- [12] 尹哲. 医学图像三维重建系统的设计与实现[D]. 成都: 电子科技大学, 2018.  
Yin Z. Design and implementation of medical image 3D reconstruction system [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2018.
- [13] 王逸夫, 王瑜, 邢素霞, 等. 基于改进光线投射法的冠脉图像三维重建[J]. 中国医学物理学杂志, 2021, 38(4): 431-435.  
Wang YF, Wang Y, Xing SX, et al. 3D image reconstruction of coronary angiography based on improved ray-casting volume rendering algorithm[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2021, 38(4): 431-435.
- [14] Wang J, Bi C, Deng L, et al. A composition-free parallel volume rendering method[J]. J Visual, 2021, 5(24): 531-544.
- [15] 王森森. 基于改进Ray Casting的椎骨CT图像三维重建系统的设计与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2020.  
Wang MM. Vertebral CT image based on improved Ray Casting design and implementation of 3D reconstruction system[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2020.
- [16] 刘晓. 基于光线投射技术的三维体数据场可视化[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2015.  
Liu X. Three-dimensional data field visualization based on the ray casting technology[D]. Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2015.
- [17] 郭全. 基于三维重建技术的计算机辅助医学诊断平台设计与实现[D]. 淄博: 山东理工大学, 2018.  
Guo Q. The design and implementation of computer-aided medical diagnosis platform based on 3D reconstruction technology[D]. Zibo: Shandong University of Technology, 2018.
- [18] 李志祥. 基于智能优化算法的医学图像实时体绘制[D]. 武汉: 华中科技大学, 2017.  
Li ZX. Real-time volume rendering of medical images based on intelligent optimization algorithm[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2017.
- [19] 程基兴. 基于光线投射算法的脑部MRI图像三维重建技术[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.  
Cheng JX. 3D reconstruction of brain MRI images based on ray casting algorithm[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021.
- [20] 刘颖, 陆后军, 裴道方. 基于改进光线投射算法的室内烟雾可视化研究[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(4): 126-135.  
Liu Y, Lu HJ, Chang DF. Indoor smoke visualization based on the improved ray-casting algorithm [J]. Laser and Optoelectronics Progress, 2021, 58(4): 126-135.
- [21] Shkarin R, Shkarina S, Weinhardt V, et al. GPU-accelerated ray-casting for 3D fiber orientation analysis[J]. PLoS One, 2020, 15(7): 1-6.
- [22] González G, Martín I, Patow G. Feature-based clustered geometry for interpolated ray-casting[J]. Comput Graph, 2022, 102: 175-186.
- [23] Palak C, Purvi R. Different ray-casting algorithm implementations for volume rendering[J]. Int J Innov Technol Exploring Eng, 2020, 9(7s): 2020.
- [24] Deakin L, Knackstedt M. Accelerated volume rendering with Chebyshev distance maps[C]//Proceedings of SIGGRAPH Asia 2019 Technical Briefs. New York: Association for Computing Machinery, 2019.
- [25] 张继凯, 张然, 赵君, 等. 一种基于六边形网格的球面体可视化算法[J]. 内蒙古科技大学学报, 2020, 39(4): 373-380.  
Zhang JK, Zhang R, Zhao J, et al. A sphere visualization algorithm based on hexagonal grid[J]. Journal of Inner Mongolia University of Science and Technology, 2020, 39(4): 373-380.

(编辑: 谭斯允)