

自适应图像全变差约束的有限角度CT重建算法

李慧君,王琳婧,周露,彭莹莹,张书旭
广州医科大学附属肿瘤医院放疗中心,广东广州 510095

【摘要】针对有限投影角度的CT图像重建问题,提出一种改进的基于自适应图像全变差(Total p Variation, TpV)约束的代数迭代重建算法。改进算法采用两相式重建结构,首先利用代数重建技术(ART)算法重建中间图像并做非负修正,然后利用自适应TpV正则项约束图像稀疏特性,进一步优化重建结果,其中正则项可根据图像区域特性自适应的调整决定平滑强度的参数 p ,两项交替进行直到满足收敛要求。本文应用经典的Shepp-Logan体模对改进算法进行仿真重建,以重建图像及其局部放大图作为主观分析依据,以profile图和归一化绝对距离值作为客观评估标准,与经典的ART-TV算法进行比较,对比分析重建结果发现:本文算法重建图像不仅与真实体模更接近,重建误差更小,而且能更好地保护图像的边缘特性。

【关键词】有限角度;CT;图像重建;图像全变差;自适应图像全变差;迭代算法

【中图分类号】R312;TP391

【文献标志码】A

【文章编号】1005-202X(2018)04-0420-05

An adaptive total p variation-constrained CT image reconstruction method for limited angle data

LI Huijun, WANG Linjing, ZHOU Lu, PENG Yingying, ZHANG Shuxu
Radiation Therapy Center, Cancer Center of Guangzhou Medical University, Guangzhou 510095, China

Abstract: An improved algebraic iterative reconstruction algorithm based on the total p variation (TpV) was proposed for the reconstruction of CT images with limited projection angles. Two-phase reconstruction structure was applied in the improved algorithm. The algebraic reconstruction technique was firstly adopted to reconstruct image that meet the identity of projection data and applied to correct non-negativity. Subsequently, adaptive TpV regularization was used to constrain the image sparse features, further optimizing the reconstruction results, in which the parameter p was adjusted according to the image region characteristics. Two phases alternated with each other until meeting the convergence criteria. The classical Shepp-Logan phantom was applied to perform a simulation reconstruction for the improved algorithm. The reconstructed images and its local zoom-in views were used for subjective analysis, while the profile graphs and the normalized absolute distance were regarded as the objective evaluation criterions. The results demonstrated that compared with the images reconstructed by conventional algebraic reconstruction technique-total variation algorithm, the images reconstructed with the improved algorithm were not only close to the real Shepp-Logan phantom with smaller reconstruction errors, but also achieve a better protection for the edge features of images.

Keywords: limited angle; computed tomography; image reconstruction; total variation; adaptive total p variation; iterative algorithm

前言

计算机断层成像(Computed Tomography, CT)技术被广泛应用于临床诊断和治疗,尤其在肿瘤检查

和放疗计划设计中,往往需要多次CT扫描^[1]。然而CT扫描过程中,人体不可避免接受到X线照射,过度的X线照射将大大增加恶性肿瘤、遗传性疾病以及白血病的发生率。近年来,随着放射成像技术的发展以及人们自我健康意识的提高,低剂量成像得到越来越广泛的关注,如何在保证图像质量的同时降低CT的辐射剂量是当前CT成像和放射治疗领域的重要研究内容^[2-4]。

目前临床上常用的降低CT辐射剂量的方法包括两种:第一种,调节X线球管参数,通过降低管电压

【收稿日期】2018-02-20

【基金项目】广东省科技计划项目(2016A020215173);广州市医药卫生科技一般引导项目(20161A011083)

【作者简介】李慧君,硕士研究生,主要研究方向:肿瘤放射物理学、医学图像重建, E-mail: jun.jie.kun@163.com

【通信作者】张书旭,教授,主任技师,博士生导师, E-mail: gthzxs@163.com

或管电流减少每个扫描角度的曝光剂量。但降低管电压会使X线穿透能力下降,造成射束硬化;降低管电流则会增加投影数据中的光子噪声,导致重建图像噪声明显。第二种,通过增大扫描间隔^[5]或缩小扫描范围^[6-8]减少投影数量,利用少量的投影数据实现图像重建^[9-10]。但少量的投影数据并不满足CT精确重建所要求的Nyquist采样定理,直接使用传统的解析算法,如滤波反投影,往往得不到理想的重建结果。迭代算法将CT图像重建问题转化为数学上的不适定问题,并通过在迭代过程中结合图像的先验信息^[11-15],将不适定问题进一步优化为具有约束条件的求解问题,从而实现少量投影下的优质CT重建。

2008年,Sidky等^[16-17]将图像全变差(Total Variation, TV)正则项引入到CT重建中,并结合经典的代数重建技术(Algebraic Reconstruction Technique, ART),利用少量的投影数据重建出令人满意的结果,后文简称为ART-TV算法。但基于TV最小化约束的重建算法,将重建图像作为一个整体,应用固定的TV正则项对图像所有区域统一约束,由此导致局部边缘区域过于平滑。针对这一问题,本文提出一种自适应图像全变差(Total p Variation, TpV)正则化的重建方法,该算法改用自适应TpV最小化作为约束项,根据图像不同区域的梯度特性自适应调整TV范数,从而在平滑图像噪声的同时保护图像的边缘特性。笔者曾将该算法应用到增大采样间隔的稀疏角度重建中并取得了令人欣喜的结果^[18],现将该算法应用到有限角度重建,探讨改进算法在有限角度中的重建效果及优势。

1 模型与方法

1.1 成像模型

由于CT图像是由一个个离散的点组成的矩阵,因此从数学上讲,CT成像的模型可以用以下的离散线性系统表示:

$$p = Ax \quad (1)$$

其中, p 表示投影数据,可记作 $p = [p_1, p_2, \dots, p_M]$, M 为探测器得到的投影个数; x 表示待重建图像,可记作 $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]$, N 为待重建图像的像素总数; A 为包含 $M \times N$ 个元素的系统矩阵,其中矩阵元素 $A_{i,j}$ 表示第 j 个像素被第 i 条射线穿过的长度。当系统矩阵 A 和投影数据 p 已知时,便可利用迭代算法求解图像 x 。但上式方程在基于有限角度投影数据求解时表现为欠定,应用传统的迭代算法无法精确重建,因此需要进一步结合已知先验信息的约束项,改善图像质量。

1.2 ART-TV算法

2006年,Candes等提出的压缩感知理论证实,在

重建过程中结合图像的稀疏性约束,可以利用远低于Nyquist采样频率的数据精确重构原始信号。虽然医学CT图像本身并不稀疏,但其梯度图像是稀疏的,Sidky等将度量梯度图像稀疏性的参数,即图像TV作为先验信息应用到稀疏角度CT重建中,利用TV最小化约束,优化迭代算法求解空间,进而改善图像质量。ART-TV算法的重建模型表示为:

$$x^* = \arg \min \|x\|_{TV} \text{ 且 } |Ax - p| \leq \rho, x_{ij} \geq 0 \quad (2)$$

$$\|x\|_{TV} = \sum_{i,j} \Delta_{i,j} \quad (3)$$

$$\Delta_{i,j} = \sqrt{(x_{i,j} - x_{i-1,j})^2 + (x_{i,j} - x_{i,j-1})^2} \quad (4)$$

由上述重建模型可以看出,ART-TV算法应用两相式重建方法, $|Ax - p| \leq \rho$ 为数据保真项,即利用经典的ART算法,减少投影实际测量值与理论计算值的均方误差, $x^* = \arg \min \|x\|_{TV}$ 为正则项,即通过TV最小化约束图像的稀疏特性进一步优化重建结果,ART算法和TV最小化交替进行,直到收敛条件满足停止迭代。

ART-TV算法重建结果显示,结合TV最小化约束后的重建图像有了很大改善,但仍存在不足:ART-TV算法对整幅图像使用固定的TV项进行统一约束,缺乏对局部细节的调整改变,难以在保护边缘和平滑噪声两方面达到均衡。

1.3 本文算法

针对传统ART-TV算法存在的问题,本文提出一种改进的自适应TpV算法,并将该算法应用到有限角度重建中。分析ART-TV算法正则项可知,所谓TV实际上就是图像梯度的 L_1 范数,因梯度图像的稀疏特性,TV约束对平滑噪声区域有明显的效果。但不难发现,如果应用固定的 L_1 范数对整幅图像进行统一约束,将失去对边缘细节针对性的调整和改变,难以在平滑噪声和保护边缘两方面达到均衡。针对这一问题,本文提出一种改进的自适应TpV正则项,公式为:

$$\|x\|_{TpV} = \sum_{i,j,k} \Delta_{i,j}^{p(\Delta_{i,j})}, 0 \leq p(\Delta_{i,j}) \leq 2 \quad (5)$$

$$\Delta_{i,j} = \sqrt{(x_{i,j} - x_{i-1,j})^2 + (x_{i,j} - x_{i,j-1})^2} \quad (6)$$

自适应TpV正则项即图像梯度的 L_p 范数,参数 p 决定了稀疏性约束时的平滑强度,其值可根据图像梯度大小 $\Delta_{i,j}$ 自适应调整。它的本质即将待重建图像划分为不同的区域,然后根据不同局域的边缘特性,自适应调整 p 值大小。如果图像像素位于平滑区域,则 p 选较大值,通过较强尺度正则化平滑图像;如果图像像素位于边缘区域, p 取较小值,通过较弱强度正则化甚至不进行正则化保护图像边缘特性,实现对图像的不同局域进行针对性的稀疏约束,使得重建图像在平滑噪声

的同时很好地保留图像的边缘信息。

本文算法实现仍沿用ART-TV算法的两项式重建策略,具体步骤归纳为:

(1)初始化待重建图像: $x^{\text{data}}(k, 0) = 0, k = 1$, 其中 k 为迭代次数, x 为重建图像;

(2)ART算法重建中间图像:利用有限角度投影数据和实际投影进行ART重建,其中 $m=1, 2, \dots, M$, M 为 X 射线的条数;

$$x^{\text{data}}(k, m) = x^{\text{data}}(k, m - 1) + A_i \frac{p_i - A_i x^{\text{data}}(k, m - 1)}{A_i A_i^T} \quad (7)$$

(3)非负性约束:对中间图像进行像素值非负约束;

$$x_j^{\text{pose}}(k) = \begin{cases} x_j^{\text{data}}(k), & x_j^{\text{data}}(k) > 0 \\ 0, & x_j^{\text{data}}(k) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

(4)执行自适应TpV正则项约束,其中 $n=1, 2, \dots, N_{\text{TV}}, N_{\text{TV}}$ 为梯度下降算法的迭代次数;

$$\begin{aligned} x^{\text{TpV}}(k, 0) &= x^{\text{pos}}(k, 0) \\ dp &= |x^{\text{data}}(k, 0) - x^{\text{pos}}(k)| \\ \bar{dx} &= \frac{\partial \|x^{\text{TpV}}(k, n - 1)\|_{\text{TpV}}}{\partial x_{ij}} \quad (9) \end{aligned}$$

$$x^{\text{TpV}}(k, n) = x^{\text{TpV}}(k, n - 1) - r * dp * \frac{\bar{dx}}{|dx|}$$

其中, \bar{dx} 涉及 $p(\Delta_{ij})$ 的求导,而 $p(\Delta_{ij})$ 的导数求解复杂^[19-20],计算耗时,为了兼顾算法的简单实用性,本文用以下的近似公式代替 $p(\Delta_{ij})$ 函数:

$$p(\Delta_{ij}) = \begin{cases} a, & \Delta_{ij} > \delta + \varepsilon \\ q(\Delta_{ij}), & \delta - \varepsilon < \Delta_{ij} < \delta + \varepsilon \\ b, & \Delta_{ij} < \delta - \varepsilon \end{cases} \quad (10)$$

其中, $a, b, \delta, \varepsilon$ 为常数, $0 \leq a < b \leq 2$, $q(\Delta_{ij})$ 为连续函数,当 ε 非常小,趋于0时, $p(\Delta_{ij})$ 的导数除阈值 δ 处外为0,因而自适应TpV正则项的梯度公式可近似为:

$$\begin{aligned} \partial \|x\|_{\text{TpV}} / \partial x_{ij} &= p(\Delta_{ij}) \Delta_{ij}^{p(\Delta_{ij})-2} (2x_{ij} - x_{i-1,j} - x_{i,j-1}) \\ &+ p(\Delta_{i+1,j}) \Delta_{i+1,j}^{p(\Delta_{i+1,j})-2} (x_{ij} - x_{i+1,j}) \\ &+ p(\Delta_{i,j+1}) \Delta_{i,j+1}^{p(\Delta_{i,j+1})-2} (x_{ij} - x_{i,j+1}) \end{aligned} \quad (11)$$

为了避免求梯度时分母为0,我们引入一个非常小的整数,即:

$$\Delta_{ij} = \sqrt{(x_{ij} - x_{i-1,j})^2 + (x_{ij} - x_{i,j-1})^2} + \delta \quad (12)$$

(5)循环执行步骤(2)~(4),直到满足预先设定的收敛条件。

2 实验与分析

为了验证本文算法(记作ART-TpV)的有效性,我们以Shepp-Logan体模为研究对象,模拟生成有限角度的投影数据进行仿真重建,并对ART-TV算法和改进算法的重建图像进行主客观的对比分析。

仿真实验采用圆轨道扇形束扫描方式,直线型探测器接收投影数据。其中具体的成像几何参数如下:放射源到旋转中心的距离为400 mm,到探测器的距离为800 mm,探测元的个数为512,待重建Shepp-Logan体模的分辨率为256×256。所有重建实验均在Intel(R)Core(TM)i5-7 200 UCPU@2.50 GHz、8 GB内存的电脑上用MATLAB R2014b编程实现。

经多次实验验证,对于本文算法的某些具体参数,如将 δ 的阈值设置为0.1,可以将图像很好分为边缘区域和平滑区域,并且通过 a 取值0不对边缘区域作正则化, b 取值1对平滑区域作较强尺度正则化,可以实现保护边缘和平滑噪声的完美平衡。并且通过对不同有限角度的采样数据进行重建发现,在 $0^\circ \sim 210^\circ$ 内以 7° 间隔采样31个投影数据,收敛条件设为迭代50次时可以重建较好的图像质量。图1给出Shepp-Logan体模图像、ART-TV算法、ART-TpV算法重建得到的图像。

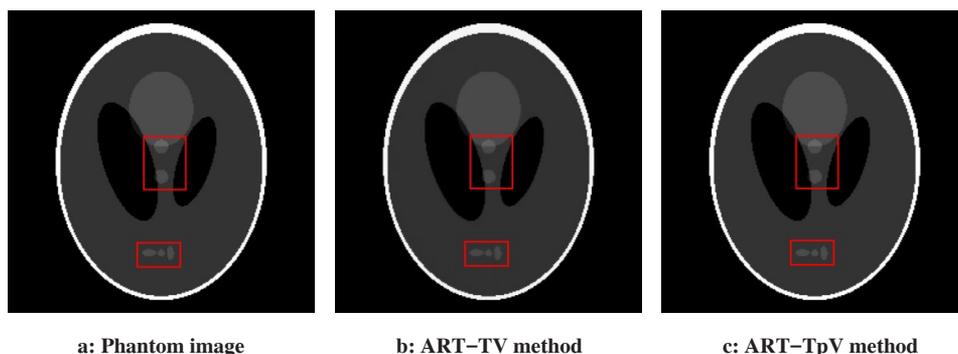


图1 原始体模及不同算法的重建图像

Fig.1 Phantom image and images reconstructed with different algorithms

ART: Algebraic reconstruction technique; TV: Total variation; TpV: Total p variation

分析图1可以看出,虽然ART-TV算法的重建图像基本无伪影,但在边缘的细节部分成像较模糊,图像质量退化。与此相比,本文改进算法的重建图像边缘锐利,与原始的Shepp-Logan体模图像在视觉上

基本无差异。为了有更清晰的观察,我们对应给出图1感兴趣区(红色方框所示)的局部放大图,如图2所示,局部放大图更直观表明本文算法在保留边缘信息方面具有非常明显的优势。

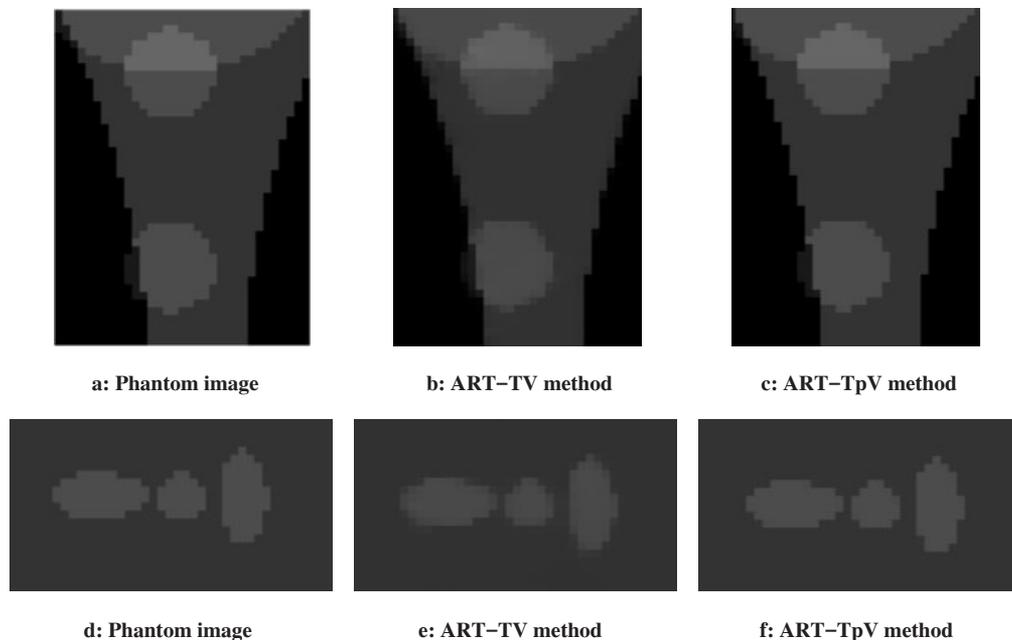


图2 对应图1不同感兴趣区的局部放大图

Fig.2 Partial zoom-in views of the regions of interest in Fig.1

为了进一步比较重建图像与原始图像之间的吻合程度,图3给出两种重建算法与原始图像的水平 and 竖直中线 profile 图。从 profile 图可以看出,无论在平滑区域还是边缘区域,本文算法的重建值更接近待

建体模的真实值,尤其在表示边缘部分的转折区域,本文算法与原始图像更吻合,消除了ART-TV算法中边缘模糊钝化现象。

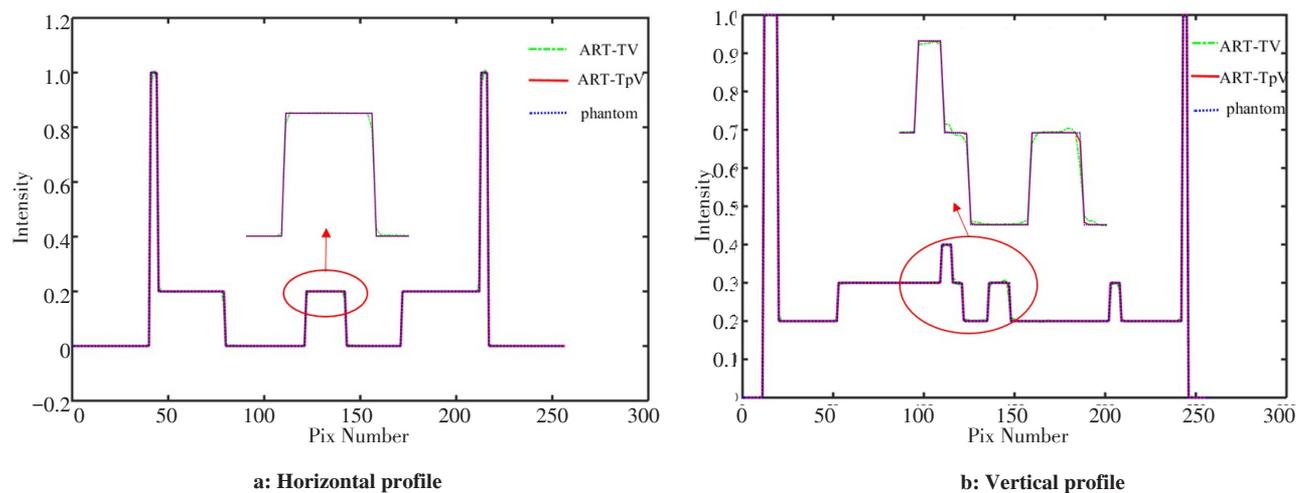


图3 不同方法重建图像的水平中线剖面图和竖直中线剖面图

Fig.3 Horizontal and vertical profiles of original images and images constructed by different methods

最后,为了更客观地评估ART-TV算法和本文改进算法的收敛特性及其最终重建结果的优劣,我们

给出图像归一化平均绝对距离值 r 的定义,为:

$$r = \sum_{i,j} |x_{ij}^* - x_{ij}| / |x_{ij}^*| \quad (13)$$

其中, x^* 表示原始体模图像的像素值, x 表示重建图像的像素值, r 反映了真实图像与重建图像之间的归一化平均误差, 其值越小说明重建图像的误差越小, 重建图像的质量越好。图4给出 ART-TV 算法和本文算法中 r 随迭代次数的变化曲线, 其中经计算, ART-TV 算法的 r 值最终为 0.010 4, 本文算法 r 的最终值为 $3.789 5 \times 10^{-4}$ 。

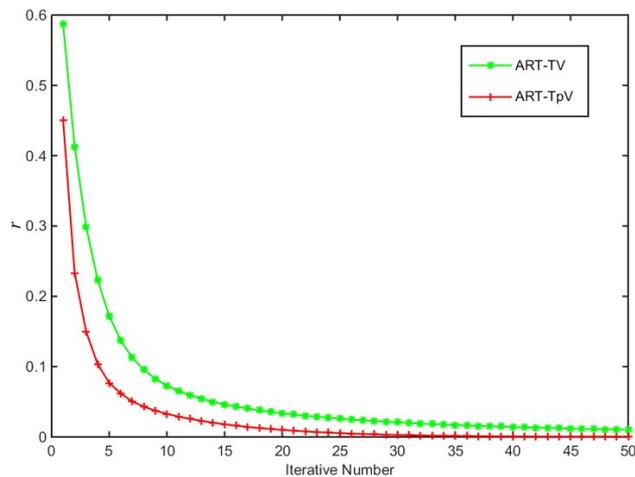


图4 归一化平均绝对距离 r 随迭代次数的变化曲线

Fig.4 Curve of normalized average absolute distance r changing with the iteration number

综合图4的结果不难发现, 本文算法的收敛速度明显快于 ART-TV 算法, 且收敛后本文算法的重建结果与真实值的误差更小, 说明重建图像效果更好, 更能真实反映图像中的结构信息。

3 结论

本文在传统 ART-TV 算法的基础上, 结合当前有限角度 CT 重建的研究热点, 提出一种自适应 TpV 约束的迭代重建算法, 改进算法提出一种自适应 TpV 正则项, 即通过自适应调整正则项中决定平滑尺度的参数 p , 对图像的不同区域进行不同强度的稀疏约束, 从而在平滑噪声的同时保留图像的边缘特性。本文利用 Shepp-Logan 体模对 ART-TV 算法和改进算法进行仿真实验, 重建结果验证本文改进算法的有效性, 与 ART-TV 算法相比, 本文算法重建图像不仅更接近理想的真实数据, 而且在保护图像边缘特性方面具有显著优势。综合而言, 本文算法实现有限角度下的 CT 优质重建, 为临床降低辐射剂量提供可靠保障。因此, 应用真实的临床数据展开详细研究并将算法进行加速将是我们的下一步工作。

【参考文献】

[1] 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992.
ZHUANG T G. The principles and algorithms of computed

tomography [M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1992.

- [2] CHEN Y, LIU J, XIE L, et al. Discriminative prior-prior image constrained compressed sensing reconstruction for low-dose CT imaging[J]. Sci Rep, 2017, 7(1): 13868.
- [3] ZHANG C, ZHANG T, LI M, et al. Low-dose CT reconstruction via L_1 dictionary learning regularization using iteratively reweighted least-squares[J]. Biomed Eng Online, 2016, 15(1): 66.
- [4] LEE D, LEE J, KIM H, et al. A feasibility study of low-dose single-scan dual-energy cone-beam CT in many-view under-sampling framework[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2017, 36(12): 2578-2587.
- [5] 陈梓嘉, 齐宏亮, 郭静钰, 等. 基于自适应 NLM 修正的 CT 重建算法[J]. 核电子学与探测技术, 2015, 35(4): 369-372.
CHEN Z J, QI H L, GUO J J, et al. An CT image reconstruction algorithm based on adaptive non local means modification [J]. Nuclear Electronics & Detection Technology, 2015, 35(4): 369-372.
- [6] GUO J, QI H, XU Y, et al. Iterative image reconstruction for limited-angle CT using optimized initial image[J]. Comput Math Methods Med, 2016: 5836410.
- [7] 郭静钰, 齐宏亮, 袁媛, 等. 先验图像约束的有限角度 CT 图像重建算法[J]. 核电子学与探测技术, 2014, 34(12): 1421-1424.
GUO J J, QI H L, YUAN Y, et al. Prior image constrained CT Image reconstruction for limited angle data [J]. Nuclear Electronics & Detection Technology, 2014, 34(12): 1421-1424.
- [8] DOMINIQUE V D, BRADY M. Regularising limited view tomography using anatomical reference images and information theoretic similarity metrics[J]. Med Image Anal, 2012, 16(1): 278-300.
- [9] HU Z, GAO J, ZHANG N, et al. An improved statistical iterative algorithm for sparse-view and limited-angle CT image reconstruction [J]. Sci Rep, 2017, 7(1): 10747.
- [10] HUMPHRIES T, WINN J, FARIDANI A. Superiorized algorithm for reconstruction of CT images from sparse-view and limited-angle polyenergetic data[J]. Phys Med Biol, 2017, 62(16): 6762-6783.
- [11] LEE H C, SONG B, KIM J S, et al. An efficient iterative CBCCT reconstruction approach using gradient projection sparse reconstruction algorithm[J]. Oncotarget, 2016, 7(52): 87342-87350.
- [12] CAI A, LI L, ZHENG Z, et al. Block matching sparsity regularization-based image reconstruction for incomplete projection data in computed tomography[J]. Phys Med Biol, 2018, 63(3): 035045.
- [13] WU D, KIM K, EI F G, et al. Iterative low-dose CT reconstruction with priors trained by artificial neural network [J]. IEEE Trans Med Imaging, 2017, 36(12): 2479-2486.
- [14] ZHANG H, OUYANG L, HUANG J, et al. Few-view cone-beam CT reconstruction with deformed prior image[J]. Med Phys, 2014, 41(12): 121905.
- [15] NIU S, HUANG J, BIAN Z, et al. Iterative reconstruction for sparse-view X-ray CT using alpha-divergence constrained total generalized variation minimization[J]. J X-ray Sci Technol, 2017, 25(4): 673-688.
- [16] SIDKY E Y, KAO C, PAN X. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT[J]. J X-ray Sci Technol, 2006, 14(2): 119-139.
- [17] SIDKY E Y, PAN X. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization[J]. Phys Med Biol, 2008, 53(17): 4777-4807.
- [18] 李慧君, 齐宏亮, 徐圆, 等. 基于选择性全变差约束的稀疏角度 CT 快速迭代重建算法[J]. 生物医学工程学杂志, 2014, 31(5): 1011-1017.
LI H J, QI H L, XU Y, et al. A fast iterative reconstruction method based on the selective total variation for sparse angular CT [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2014, 31(5): 1011-1017.
- [19] LU Y, CHAN H P, WEI J, et al. Selective-diffusion regularization for enhancement of microcalcifications in digital breast tomosynthesis reconstruction[J]. Med Phys, 2010, 37(11): 6003-6014.
- [20] LU Y, YANG Z, ZHAO J, et al. TV-based image reconstruction of multiple objects in a fixed source-detector geometry[J]. J X-ray Sci Technol, 2012, 20(3): 277-289.

(编辑:陈丽霞)