

## 磁共振部分K空间重建算法

柴青焕, 苏冠群, 聂生东

上海理工大学医学影像工程研究所, 上海 200093

**【摘要】**磁共振成像(MRI)是必要的获取临床图像的影像学方法之一,但是它获取数据过程缓慢使得成像时间过长。目前提出了许多高效的成像算法来降低磁共振的成像时间,如半傅里叶成像和压缩感知MRI等。半傅里叶成像仅采用多于一半的K空间数据进行图像重建,不仅提高了MRI的成像速度,而且降低了运动伪影,是有效的部分K空间重建技术之一。基于压缩感知理论的MRI仅采用25%~30%的K空间数据就能重建出MRI图像,与其它成像技术相比,可在相同的扫描时间内获得更高质量的MRI图像,也可在相同的空间分辨率下加速成像。本文综述几种半傅里叶成像算法的原理,也阐述了压缩感知理论与MRI相结合的原理,包括MR图像的稀疏表示、K空间的采样轨迹设计、重建算法的选择等。

**【关键词】**磁共振成像;部分K空间;压缩感知;重建算法;综述

**【中图分类号】**R445.2

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2018)05-0537-06

## Magnetic resonance partial K-space reconstruction algorithm

CHAI Qinghuan, SU Guanqun, NIE Shengdong

Institute of Medical Imaging Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

**Abstract:** Magnetic resonance imaging (MRI) is one of the necessary imaging methods for acquiring clinical images, but its inherent slow data acquisition capability causes a long time for imaging. At present, many high-efficient imaging algorithms are proposed to shorten the time for MRI, such as semi-Fourier imaging and MRI based on compressed sensing. Semi-Fourier imaging, one of the effective partial K-space reconstruction technologies, adopts only more than half of K-space data for image reconstruction, which not only improves the imaging speed, but also reduces the motion artifacts. MRI based on compressed sensing theory can reconstruct images using only 25% to 30% of K-space data. Compared with other imaging technologies, compressed sensing-based MRI can obtain MRI images of higher quality in the same scan time and accelerate imaging in the same spatial resolution. Herein we review the principles of several semi-Fourier imaging algorithms and introduce the principles of compressed sensing theory combined with MRI, including sparse representation of MRI image, sampling trajectory design of K-space, selection of reconstruction algorithm and so on.

**Keywords:** magnetic resonance imaging; partial K-space; compressed sensing; reconstruction algorithm; review

## 前言

磁共振成像(MRI)技术是利用核磁共振现象、磁场及计算机来得到物体内部影像的成像技术<sup>[1]</sup>。MRI作为一种重要的检测手段,具有多参数、多序

列、多方位成像、无电离辐射等优点,在医学、生物医药、食品安全、纺织化工等不同领域中发挥了重要的作用。但是,MRI技术的成像原理复杂,亟待解决的科学技术问题还有很多,如扫描时间长、成像速度慢等。MRI在临床应用中需要病人完全静止进入孔道,扫描时间过长会给病人带来幽闭不适感,并且由于器官的运动(如呼吸、眨眼、吞咽等非自主运动)还会产生运动伪影。而成像速度慢使得MRI与其他成像设备相比成本相对较高,限制了MRI技术的进一步推广<sup>[2]</sup>。因此,缩短扫描时间,提高成像速度,对MRI的研究具有重要意义。目前,实现快速MRI的方法有两种<sup>[3]</sup>:一种是通过提高硬件的主磁场和梯度磁场强度及梯度磁场切换速度来提高信号的采集速

**【收稿日期】**2017-11-23

**【基金项目】**国家自然科学基金(60972122);上海市教委科研创新重点项目(14ZZ135);国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ17046303)

**【作者简介】**柴青焕,硕士研究生,主要研究方向:医学成像技术及图像处理,E-mail: slgcqh@163.com

**【通信作者】**聂生东,博士,教授,博士生导师,主要研究方向:医学成像技术及图像处理,E-mail: nsd4647@163.com

度从而快速成像;另一种是通过减少信号采集量来减少扫描时间从而快速成像。但是高切换速度的梯度磁场和密集的射频脉冲序列使受检者神经受刺激及组织升温,通过第一种方法来提高成像速度基本达到极限,所以快速MRI多采用减少信号采集量的部分K空间重建技术。

目前,单线圈的磁共振部分K空间重建技术主要有半傅里叶成像、压缩感知(Compressed Sensing, CS)成像等方式。半傅里叶成像只采集K空间的一半数据,另一半数据可通过K空间的Hermitian共轭对称方式求出。在实际采样过程中,采集的K空间数据一般多于全K空间的一半,这样可以保证部分K空间中的低频数据是真实采集的,同时也在一定程度上排除磁场不均匀性引起的数据相移<sup>[4]</sup>。CS-MRI是CS理论与MRI原理的结合,是根据稀疏矩阵及凸优化理论,从随机欠采样的K空间数据中重建出原始的MR图像。由于K空间中的每个数据都是由图像中所有像素通过线性组合得到,即K空间中的每一个数据都包含原始图像的所有信息,只采用少量的采集数据不会导致原始图像重建质量下降。因此将CS理论应用于MRI既能缩短成像时间又能保证成像质量。首次将CS-MRI理论实现的Lustig等<sup>[5]</sup>提出的共轭梯度CS-MRI成像算法,大幅减少了成像时间,提高了成像质量。本文主要对半傅里叶成像和压缩感知MRI的原理及算法进行综述。

## 1 半傅里叶成像

目前比较成熟的半傅里叶成像重建算法有简单填零重建、相位矫正共轭合成重建、Homodyne重建和POCS重建等算法。下面对这几种重建算法的原理进行阐述。

### 1.1 简单填零重建

简单填零重建即对部分K空间(行或列)中未采集的数据以零来填补,然后进行二维傅里叶反变换,得到重建结果。简单填零重建算法能在不改变任何条件下直接使成像时间减少一半以上。但是,与全K空间重建相比,如果K空间数据缺少的部分很少,即大部分数据是完整的,那么这种方法成像效果与原图相差不大,但是当K空间缺少的部分数据接近一半的时候,该算法的成像效果不能令人满意<sup>[6]</sup>。直接填零重建会由于K空间数据的截断、信号强度的突变造成截断伪影、图像模糊,严重降低重建图像的质量。

### 1.2 相位矫正共轭合成重建

为提高图像重建的质量,部分K空间中缺失的数据必须被近似地填充。一般可以通过K空间的共轭

对称性用原始数据来填充缺少的那部分K空间数据。这虽然能提高成像质量,但是在采集K空间数据的过程中由于磁场的不均匀分布会导致相位发生变化<sup>[3]</sup>。因此共轭合成重建需要先进行相位矫正,纠正相位变化,然后再利用共轭对称性质如式(1)所示,人为地填充缺少的那部分K空间数据<sup>[7]</sup>。

$$K(k_x, k_y) = K^*(-k_x, -k_y) \quad (1)$$

共轭合成算法的相位矫正是对K空间中对称的低频窄带数据  $M_s(K_x, K_y)$  进行傅里叶反变换得到图像  $m_s(x, y)$ , 再利用  $m_s(x, y)$  的相位信息对部分K空间数据进行相位矫正;相位矫正函数是一个单位幅度函数,如式(2)所示。

$$p^*(x, y) = e^{-i\angle m_s(x, y)} \quad (2)$$

由图像  $m_s(x, y)$  的相位信息矫正得到的相位估计与图像  $m_{pk}(x, y)$  相乘,得到相位矫正后的图像,对其进行傅里叶变换得到矫正后的部分K空间数据。再利用共轭对称性填充K空间中缺失的数据,最后进行傅里叶反变换得到相位矫正共轭合成重建的图像。算法流程如图1所示。

### 1.3 Homodyne重建

共轭合成重建方法在图像空间相位校正后,需要再次变换到空间频率域合成K空间缺失的那部分数据,然后进行逆傅里叶变换得到重建图像;而Homodyne重建基于傅里叶变换的对称性质不需要后两步的变换可直接重建出图像<sup>[8]</sup>。图像的实部对应变换后的共轭对称部分,虚部对应变换后的共轭反对称部分。Homodyne算法利用权重函数截断全K空间产生部分K空间,并使截断的部分K空间分解为对称部分和非对称部分;然后,对此部分K空间逆傅里叶变换后得到的图像再进行相位矫正直接重建出所需图像。截断全K空间的权重函数如图2所示<sup>[9]</sup>。Homodyne算法的关键是加权K空间,使图像实部数据相应的在K空间中具有均匀权重。满足以上条件最简单的加权函数是对称的高频部分加倍的权重函数,如图3所示(高频幅值是对称的低频幅值的两倍)。该函数的缺点是高频加倍的间断不连续性使K空间在相位矫正卷积过程中产生剧变,导致重建图像产生伪影。因此应用Homodyne算法时应选择对称的高频部分平滑的权重函数来截断K空间,使产生的部分K空间对称部分更具均匀性,Homodyne算法流程如图4所示。

### 1.4 凸集投影(POCS)算法重建

以上方法都是直接重建方法。此外,还有一类迭代的重建方式,迭代地应用相位校正和共轭合成

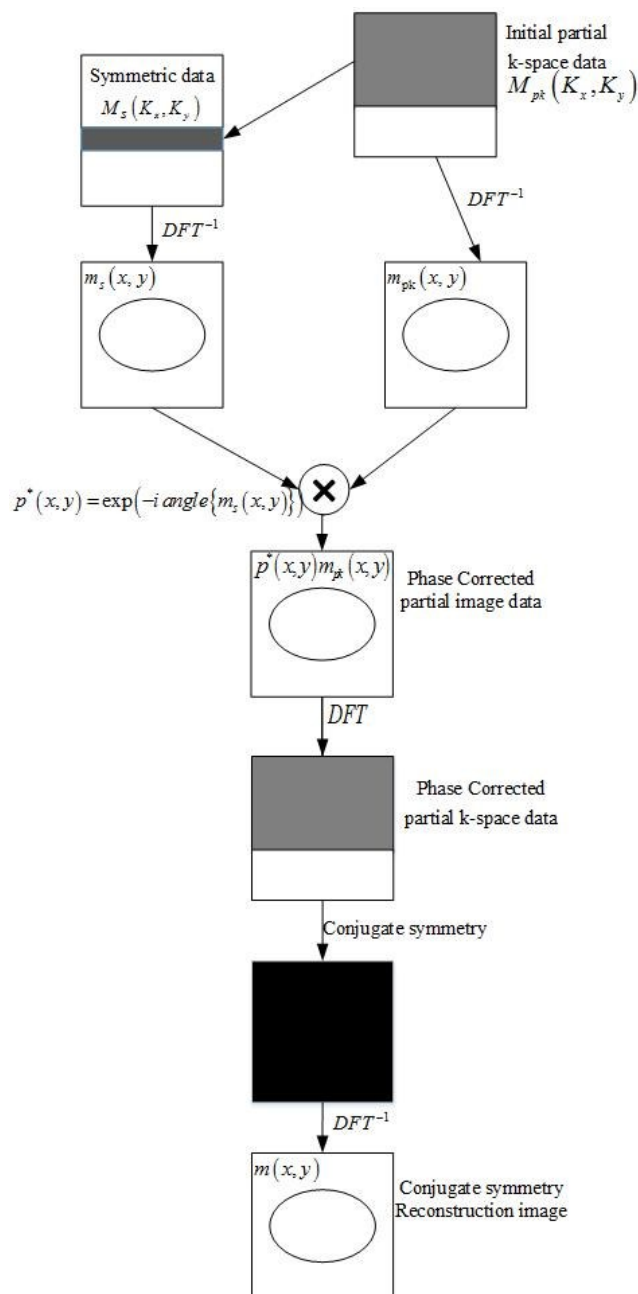


图1 相位校正共轭合成重建算法

Fig.1 Phase correction conjugate synthesis reconstruction algorithm

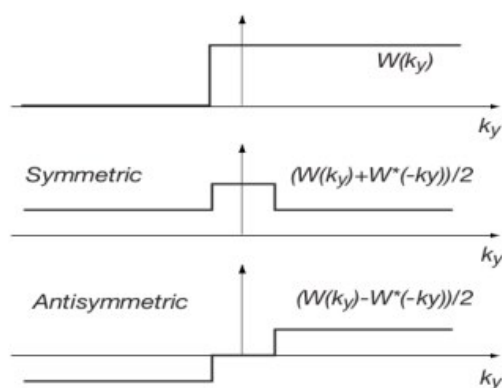


图2 截断全K空间的权重函数

Fig.2 Weight function of truncated K-space

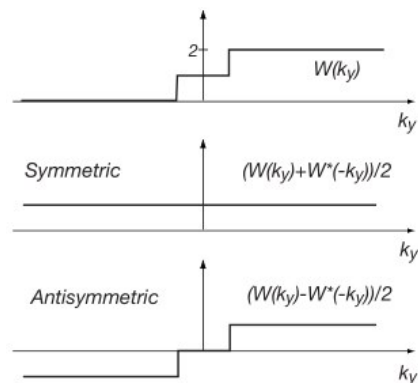


图3 高频频率加倍权重函数

Fig.3 Weight function of high frequency doubling

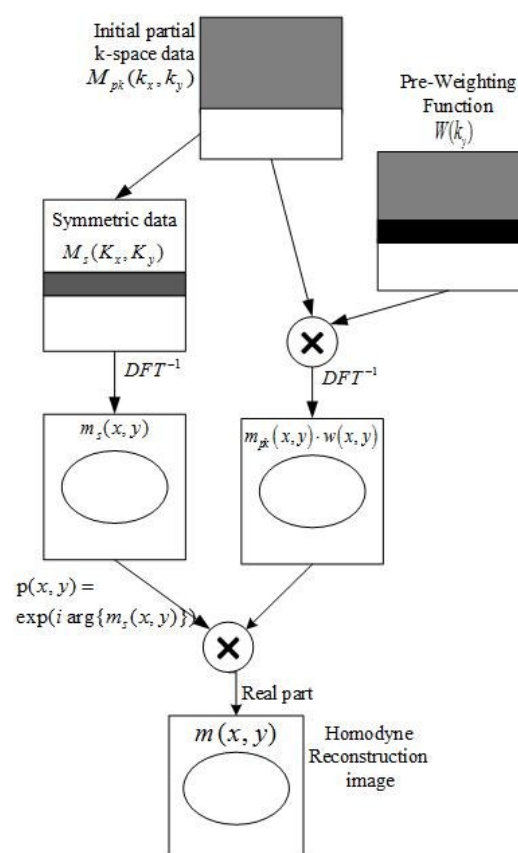


图4 Homodyne 算法

Fig.4 Homodyne algorithm

来估计出K空间中缺失的数据<sup>[10]</sup>;并使得到的K空间数据,在频率域时和采样得到的K空间数据相匹配,在图像域时图像相位受低分辨率估计的约束。POCS是这类算法中最常见的方法。该算法通过迭代时图像域和空间频率域的相互转换来实现。首先用原始数据  $M_{pk}(k_x, k_y)$  替换约束  $M_i(k_x, k_y)$  数据,首次迭代未采集的数据用零来填充。对合成的约束数据集进行逆傅里叶变换得到图像  $m_i(x, y)$ ,再由式(3)得到相位校正后的图像  $m_{i,pc}(x, y)$  :



$$m_{i,pc}(x, y) = |m_i(x, y)|p(x, y) \quad (3)$$

相应的  $M_{i,pc}(k_x, k_y)$  通过  $m_{i,pc}(x, y)$  傅里叶变换得到,  $M_i(k_x, k_y)$  中未采集数据用  $M_{i,pc}(k_x, k_y)$  中相应的数据替代再得到  $M_{i+1,pc}(k_x, k_y)$ , 依此方法迭代最后输出图像  $m_i(x, y)$ 。图5所示为POCS重建算法流程图。该算法的收敛速度很快,在实验中迭代4到5次就可以满足应用要求<sup>[7]</sup>。POCS算法迭代地改变图像域的相位矫正和频率域的共轭对称的结果,因此,POCS重建与直接重建相比能产生更加精确的效果。但是,如果经过几次迭代后图像相位变化很快,K空间数据将变的不对称,POCS方法将无法正确填充K空间,正确重建出图像。

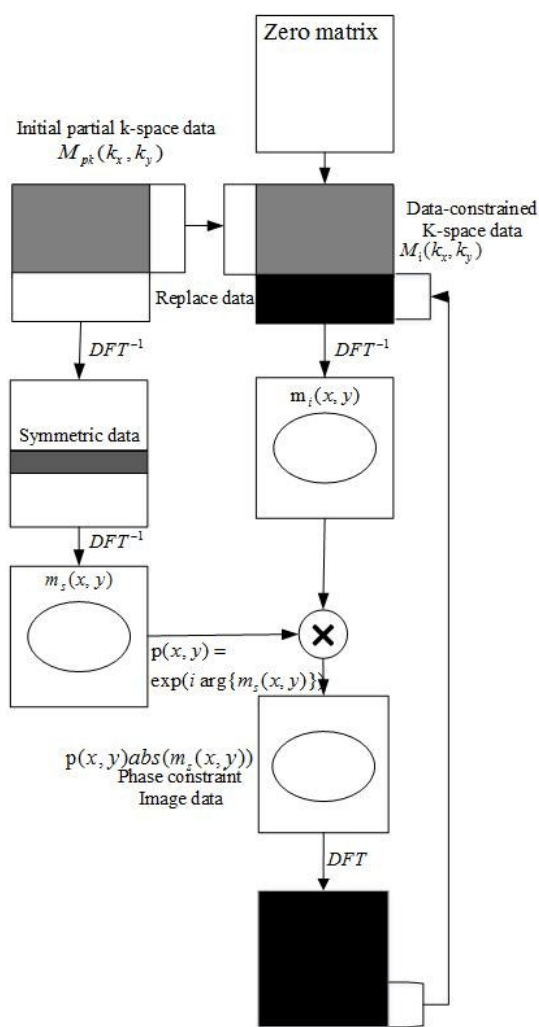


图5 POCS算法

Fig.5 Projection onto convex set algorithm

## 2 压缩感知 MRI

CS-MRI 仅需采集 Nyquist 采样定理要求数据量的 30% 甚至更少的 K 空间数据,即可有效重建出原始图像。不仅提高了信号采集的速度,而且降低了存

储要求。基于 CS 理论的信号恢复过程如图 6 所示。其中  $X$  是任意的可压缩或可稀疏信号,且  $X \in R^N$ 。 $\Psi$  是  $X$  在  $R^N$  空间中的规范正交基,即 CS 的稀疏矩阵。 $S$  是信号  $X$  在  $\Psi$  域的表示形式。 $\Phi$  是与  $\Psi$  不相关的测量矩阵且  $\Phi \in R^{M \times N} (M \ll N)$ ,用  $\Phi$  对  $X$  进行线性变换得到观测向量  $y$ ,  $y = \Phi S = \Phi \Psi^T X = \Theta X$ ,  $y \in R^{M \times 1}$ 。在 CS 理论中常把测量矩阵和稀疏矩阵合在一起,  $\Theta = \Phi \Psi$  称为观测矩阵。因此,基于 CS 理论的 MRI 技术将包括图像的稀疏表示、观测矩阵设计和算法重构三方面。

### 2.1 稀疏表示

为准确重构信号,观测矩阵  $\Theta$  须满足约束等距性 (Restricted Isometry Property, RIP) 条件,即对于任意  $K$  稀疏信号  $X (X \in R^{|T|})$  和常数  $W_k \in (0, 1)$ , 式(4)成立。

$$(1 - W_k) \|X\|_2^2 \leq \|\Theta_T X\|_2^2 \leq (1 + W_k) \|X\|_2^2 \quad (4)$$

其中  $T \subset \{1, \dots, N\}$ , 且  $|T| \leq K$ ,  $\Theta_T$  为  $\Theta$  中由索引  $T$  所指示的相关列构成的大小为  $K \times |T|$  的子矩阵。由(4)式可知信号的稀疏度  $K$  越小, RIP 条件越容易满足。因此,信号越稀疏重建越准确。然而,大多 MR 图像不具有足够的稀疏性,需要选择合适的稀疏基对其进行稀疏变换保证其具有足够的稀疏性,从而使 CS 理论在 MRI 中应用时能准确重构出 MR 图像<sup>[11]</sup>。

目前 MR 图像稀疏表示常用的稀疏基有 Fourier 变换、Wavelet 变换、Contourlet 变换、小波树结构、双树 Wavelet 变换、全变分 (Total Variation, TV) 等。其中 Wavelet 变换和 TV 模型在 CS-MRI 中应用较多<sup>[12]</sup>。以上的稀疏基表示,不能够使特征复杂图像在变换域足够稀疏。Zhang 等<sup>[13]</sup>指出采用过完备冗余字典可以增强信号的稀疏性,能更高概率地从少量的观测值中恢复信号。因此,可以将 CS-MRI 理论中的稀疏变换从稀疏基扩展到冗余字典。然后通过字典训练的方式,获得包含图像所有结构信息的过完备字典库,从而保证特征复杂图像的稀疏性。

### 2.2 观测矩阵

构建观测矩阵的关键是构造测量矩阵,由于 MR 图像的数据空间是 K 空间,CS-MRI 中的测量矩阵是对 K 空间数据欠采样得到的矩阵,与一般的 CS 测量矩阵有所不同<sup>[14]</sup>,是随机测量矩阵,能在很大概率上满足 RIP 性质。但是随机测量矩阵硬件实现困难,所以当前实际应用中测量矩阵一般选用伪随机的确定性测量矩阵<sup>[15]</sup>。如图 7 所示,列出了 CS-MRI 常用的伪随机采样矩阵,分别为随机变密度下采样矩阵、放射采样矩阵和二维随机采样矩阵(图中白色区域表示采样,黑色区域表示未采样)。利用以上设计的 K 空间采样模式,能缩短采样时间、提高成像速度、减少运动伪影<sup>[16]</sup>。

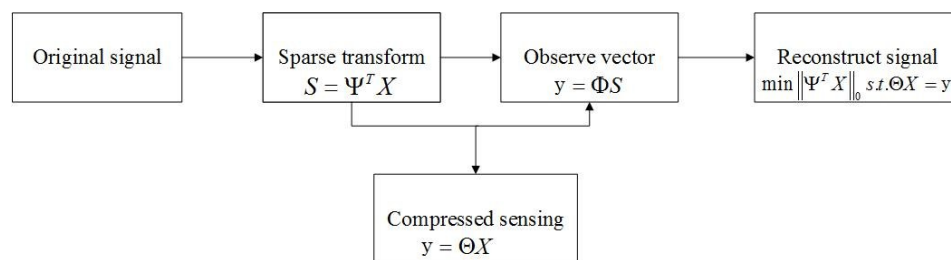
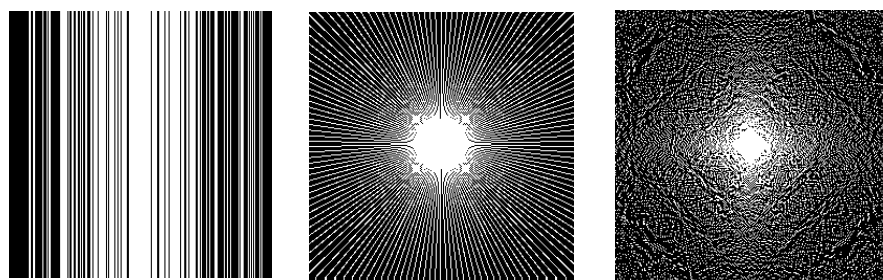


图6 压缩感知原理图

Fig.6 Block diagram of compressed sensing theory



a: Variable density sampling

b: Affine sampling

c: 2-D random sampling

图7 随机采样矩阵

Fig.7 Random sampling matrix

### 2.3 重构算法

重构算法也是压缩感知理论应用于MRI的核心之一。根据CS理论,稀疏信号能通过求解(5)式所示的优化问题被恢复:

$$\min_x \|x\|_0 \text{ s.t. } y = \Phi x \quad (5)$$

其中  $\|x\|_0$  是  $l_0$  范数,表示向量  $x$  中值不为零的个数,由于最小  $l_0$  范数的优化问题是 NP-hard 问题。Chrétien<sup>[17]</sup>证明可以利用凸的  $l_1$  范数来近似非凸的  $l_0$  范数,如式(6)所示:

$$\min_x \|x\|_1 \text{ s.t. } y = \Phi x \quad (6)$$

式(6)是一个  $l_1$  范数求解最小化的LP问题,其中  $\|x\|_1$  是变量  $x$  的绝对值之和,对其进行求解即可恢复出原始信号。

磁共振应用压缩感知理论重建,就是将欠采样得到的少量K空间数据,进行某种稀疏变换,然后再结合式(6)的  $l_1$  范数凸优化问题,最终重构出图像。CS-MRI的数学模型可表示为式(7):

$$\begin{aligned} \minimize & \|\Psi m\|_1 \\ \text{s.t.} & \|F_s m - y\|_2 < \varepsilon \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $m$  是待重建的MRI图像,  $\Psi$  表示线性稀疏变换,  $F_s$  表示欠采样傅里叶变换,  $y$  是从MRI扫描仪欠采样测量得到的K空间数据,  $\varepsilon$  是控制重建数据和测量数据的保真度,代表测量数据的噪声水平<sup>[5]</sup>。利用拉格朗日乘子法将式(7)转换为无约束优化问题

形式,如式(8)所示

$$m = \arg \min_m \|F_s m - y\|_2 + \lambda \|\Psi m\|_1 \quad (8)$$

其中  $\lambda$  为正则化参数,对式(8)进行求解即可重建出MR图像。近年来提出的各种CS-MRI方法都是基于改变式(8)的稀疏变换基或加入不同的正则项演化而来<sup>[18]</sup>。

**2.3.1 经典CS-MRI重建算法** 传统的CS-MRI重建算法包括图像梯度TV正则化<sup>[19]</sup>、共轭梯度下降<sup>[20]</sup>、分裂布雷格曼<sup>[21]</sup>等。此后,用来解决信号处理领域线性逆问题的迭代收缩阈值算法 (Iterative Shrinkage Threshold Algorithm, ISTA)<sup>[22]</sup>在CS-MRI重建中得到了成功应用。ISTA能计算 Large-Scale 和复杂矩阵问题,但是 ISFA 收敛速度缓慢。为改善 ISTA 的性能,Zhang等<sup>[23]</sup>提出了一种快速迭代收缩阈值算法(FISTA),它能在保留 ISTA 算法的计算性能的同时,提升 ISTA 算法的总体收敛速度。受算法 FISTA 的启示,Huang等<sup>[24]</sup>基于复合分裂算法(Composite Splitting Algorithm, CSA)提出了快速复合分裂算法(FCSA)。CSA将复合正则化问题分解为简单子问题,每个简单子问题通过现有的算法求解,FCSA则在保留 CSA 的分裂特性基础上加快了 CSA 的收敛速度。与此同时,Hu等<sup>[25]</sup>提出了基于交替方向(Alternating Direction Method, ADM)的CS-MRI重建算法,它比FISTA、FCSA等传统的重建算法有更快的收敛速度。由于ADM算法所有的迭代仅包含目标函数的一阶信息,因此ADM算法在解 Large-Scale CS 问题时简化了计算复杂性。

**2.3.2 最新CS-MRI重建算法** 经典CS-MRI算法多采用TV模型和Wavelet稀疏正则化的联合来实现。Chen和Huang<sup>[26]</sup>根据结构稀疏理论提出了一种基于树稀疏、TV模型、Wavelet稀疏组合的新的CS-MRI算法,即小波树稀疏CS-MRI (Wavelet Tree Sparsity CSMRI, WaTMRI),它使采样数据从 $O(K+K \times \log(n))$ 降到 $O(K+\log(n))$ ,能更快速地重建出图像<sup>[27]</sup>。基于WaTMRI算法,Ragab等<sup>[28]</sup>提出了一种双树复小波变换联合有限差分和小波树稀疏的CS-MRI重建算法。它利用小波树的稀疏性使重建所需的测量数据量进一步减少,利用双树复小波作为稀疏变换弥补了传统小波变换的平移敏感性、方向选择性、相位信息缺失的缺点,实现了从少量测量数据中重建出高质量图像的方案。

### 3 结论

部分K空间重建技术是利用K空间数据的冗余性来减少K空间的采样率,从而降低成像时间的。半傅里叶技术成像时,为保证重建图像的质量所采集的重建数据量需多于K空间的一半。由于采样数据量的限制,速度提升不到两倍。压缩感知成像根据突破Nyquist采样定理限制的压缩采样理论,以及信号在稀疏变换域具有稀疏性和可压缩性原理,能以适当的重构算法以较少的K空间采样数据来重构出原始图像,显著地减少了采样数量,使得成像速度得到大幅提升。目前,半傅里叶成像已经得到了广泛应用,压缩感知成像技术还在起步阶段。两者都是基于K空间的加速采集,因此,可以在不改变扫描方式、回波序列、梯度强度下,将它们结合起来进一步缩短采样时间,进而提高MRI的重建速度及重建质量。

### 【参考文献】

- [1] 周金鹏. MRI快速成像若干研究[D]: 北京: 北京理工大学, 2015. ZHOU J P. Research on rapid MRI[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015.
- [2] 王水花, 张煜东. 压缩感知磁共振成像技术综述[J]. 中国医学物理学杂志, 2015, 32(2): 158-162. WANG S H, ZHANG Y D. Survey on compressed sensing magnetic resonance imaging technique[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2015, 32(2): 158-162.
- [3] JHAMB T K, REJATHALAL V, GOVINDAN V, et al. A review on image reconstruction through MRI k-space data[J]. Int J Image Graph Signal Process, 2015, 7(7): 42.
- [4] 金玮, 王龙辰, 李斌, 等. 磁共振k空间采集技术及其研究进展[J]. 中国医疗器械杂志, 2014, 38(1): 54-56. JIN W, WANG L C, LI B, et al. The development of MR k-space technique research[J]. Chinese Journal of Medical Instrumentation, 2014, 38(1): 54-56.
- [5] LUSTIG M, DONOHO D L, SANTOS J M, et al. Compressed sensing MRI[J]. IEEE Signal Process Mag, 2008, 25(2): 72-82.
- [6] LUO J, ZHU Y, LI W, et al. MRI reconstruction from 2D truncated k-space[J]. J Magn Reson Imaging, 2012, 35(5): 1196-1206.
- [7] BASHIR S, JOSHI S D, SHABIR S. Analysis of partial K-space reconstruction algorithms for magnetic resonance imaging [C]. International Conference on Issues and Challenges in Intelligent Computing Techniques. 2014.
- [8] PAUL J S, KRISHNA S P. A higher dimensional homodyne filter for phase sensitive partial Fourier reconstruction of magnetic resonance imaging[J]. Magn Reson Imaging, 2015, 33(9): 1114-1125.
- [9] PAULY J. Partial k-space reconstruction[G]. Lecture Notes, FMRI Centre, Nuffield Department of Clinical Neurosciences, University of Oxford, UK.
- [10] JAVED Z, SHAHZAD H, OMER H, et al. Modified POCS based reconstruction for compressed sensing in MRI [C]. International Conference on Frontiers of Information Technology. 2015.
- [11] RAVISHANKAR S, BRESLER Y. Sparsifying transform learning for compressed sensing MRI [C]. IEEE International Symposium on Biomedical Imaging. 2013.
- [12] 钟晓燕, 卜祥磊, 田辉勇. 压缩感知在磁共振成像中的应用研究[J]. 医疗装备, 2015, 28(6): 1-5. ZHONG X Y, BU X L, TIAN H Y. Application of compressed sensing in magnetic resonance imaging [J]. Chinese Journal of Medical Device, 2015, 28(6): 1-5.
- [13] ZHANG W. A novel MRI image super-resolution reconstruction algorithm based on image representation and sparse dictionary learning [C]. International Conference on Inventive Computation Technologies. 2017.
- [14] 张建广. 基于压缩感知的快速MRI图像重建[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2016. ZHANG J G. Fast MRI image reconstruction based on compressed sensing [D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2016.
- [15] LIU J, SALONER D. Accelerated MRI with circular cartesian under sampling (CIRCUS): a variable density Cartesian sampling strategy for compressed sensing and parallel imaging[J]. Quant Imaging Med Surg, 2014, 4(1): 57.
- [16] KÜSTNER T, WÜRLIN C, GATIDIS S, et al. MR image reconstruction using a combination of compressed sensing and partial Fourier acquisition: ESPReSSo[J]. IEEE trans Med Imaging, 2016, 35(11): 2447-2458.
- [17] CHRÉTIEN S. An alternating approach to the compressed sensing problem[J]. Pammatone, 2008, 7(1): 2080003-2080004.
- [18] GOKLANI H S, SARVAIYA J N, ABDUL F. A review on image reconstruction using compressed sensing algorithms: OMP, CoSaMP and NIHT[J]. Int J Image Graph Signal Process, 2017, 9(8): 30-41.
- [19] KONG F. Comparison of reconstruction algorithm for compressive sensing magnetic resonance imaging[J]. Multimed Tools Appl, 2017 (15): 1-12.
- [20] DAI Q, SHA W. The physics of compressive sensing and the gradient-based recovery algorithms[G]. CoRR 2009, DBLP.
- [21] HU Z, WANG Q, MING C, et al. Compressed sensing MRI reconstruction algorithm based on contourlet transform and split Bregman method[C]. International Symposium on Computational Intelligence and Design. 2016.
- [22] YUAN M, YANG B, MA Y, et al. Compressed sensing undersampled MRI reconstruction using iterative shrinkage thresholding based on NSST [C]. IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing. 2014.
- [23] ZHANG G, DENG H, CHEN Y, et al. Investigating the stability of fast iterative shrinkage thresholding algorithm for MR imaging reconstruction using compressed sensing[C]. International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. 2016.
- [24] HUANG J, ZHANG S, METAXAS D. Efficient MR image reconstruction for compressed MR imaging[J]. Med Image Anal, 2011, 15(5): 670.
- [25] HU Z, WANG Q, MING C, et al. Compressed sensing MRI reconstruction algorithm based on contourlet transform and alternating direction method[J]. J Electr Comp Eng, 2015, 2015: 58.
- [26] CHEN C, HUANG J. Compressive sensing MRI with wavelet tree sparsity [C]. International Conference on Neural Information Processing Systems. 2012.
- [27] CHEN C, HUANG J. The benefit of tree sparsity in accelerated MRI [J]. Med Image Anal, 2014, 18(6): 834-842.
- [28] RAGAB M, OMER O A, HUSSINI H S, et al. Compressive sensing MRI using dual tree complex wavelet transform with wavelet tree sparsity[C]. Radio Science Conference. 2017.

(编辑:黄开颜)