

## 基于图像处理的柔性穿刺针多种运动轨迹模型建立与比较

白辉全<sup>1</sup>,高德东<sup>2</sup>,宋艳青<sup>3</sup>

1. 西宁市第一人民医院设备科, 青海 西宁 810000; 2. 青海大学机械工程学院, 青海 西宁 810000; 3. 海东市水务局, 青海 海东 810600

**【摘要】**为了准确测量针穿刺过程中柔性穿刺针的运动轨迹,提出一种基于图像处理的柔性穿刺针运动轨迹模型建立方法。通过图像采集系统采集穿刺实验过程中的动态图像,采集动态图像借鉴图像处理形态学技术提取柔性穿刺针在穿刺实验过程中的针尖位置坐标。根据提取的针尖数据采用最小二乘法进行曲线拟合,建立二阶多项式模型、指数函数模型、自行车模型。通过分析不同模型的优度指标、残差及残差平方和,认为二阶多项式模型更优于其余两种模型,为柔性穿刺针运动轨迹模型的最优解。

**【关键词】**针穿刺;形态学;最小二乘法;曲线拟合;残差;最优解

**【中图分类号】**R318;TP391

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2024)06-0710-06

## Establishment and comparison of multi-trajectory models of flexible puncture needle based on image processing

BAI Huiquan<sup>1</sup>, GAO Dedong<sup>2</sup>, SONG Yanqing<sup>3</sup>

1. Equipment Department, Xining First People's Hospital, Xining 810000, China; 2. School of Mechanical Engineering, Qinghai University, Xining 810000, China; 3. Haidong Water Authority, Haidong 810600, China

**Abstract:** A method of establishing the motion trajectory model of flexible puncture needle based on image processing is proposed to accurately measure the motion track of the flexible needle during needle insertion. The dynamic images of needle insertion are collected through the camera system, and the position coordinates of the flexible needle tip during needle insertion are extracted using the image processing morphology technology. Based on the extracted needle tip data, the least square method is employed for curve fitting, and the second-order polynomial model, exponential function model, and bicycle model are established. The analysis on the goodness of fit, residual, and residual sum of squares of different models reveals that the second-order polynomial model is superior to the other two models in exploring the optimal solution of the trajectory model of flexible puncture needle.

**Keywords:** needle puncture; morphology; least square method; curve fitting; residual; optimal solution

### 前言

很多复杂的微创手术过程都需要针穿刺完成,大量外科诊断、治疗和实验研究都需要穿刺针到达指定的靶点(病灶点),然而大多数靶点集中在软组织器官上(如肾、肝脏、前列腺等)<sup>[1-3]</sup>。因此针穿刺过

程要求的误差需控制在毫米级,否则可能会引起手术中严重的并发症<sup>[4]</sup>。柔性穿刺针在进入软组织过程中在软组织的横(轴)向的摩擦阻力和纵向的压力相互作用下,导致柔性穿刺针针体发生变形,使穿刺针针尖不能精确到达靶点<sup>[5-8]</sup>,因此对柔性穿刺针运动轨迹的准确研究是柔性穿刺针准确刺中病灶点的关键。

为实现柔性穿刺针针尖准确到达靶点,对柔性穿刺针针尖的运动轨迹进行研究,不同的文章提出了柔性穿刺针的不同运动轨迹模型。本文通过图像处理技术对柔性穿刺针针尖位置进行提取,通过提取的针尖位置坐标对不同轨迹模型进行分析,找出柔性穿刺针轨迹模型的最优解。

**【收稿日期】**2024-01-08

**【基金项目】**国家自然科学基金(51665049);上海市教育发展基金会“晨光计划”项目(22CGB15)

**【作者简介】**白辉全,硕士,工程师,研究方向:医疗机器人, E-mail: 857776465@qq.com

## 1 柔性穿刺针穿刺过程中针尖坐标提取方法

本文利用针穿刺实验图像采集系统采集动态过程中的柔性穿刺针进针图像, 对整个实验过程采集的图像进行二值处理、边缘检测算子处理、除孤立点处理、桥接、膨胀、填充、腐蚀等形态学计算, 得到形态学处理后图像<sup>[9-12]</sup>。将处理后的图像像素和坐标转换提取出整个穿刺过程中柔性穿刺针针尖位置坐标。

图像采集系统采集针穿刺实验图像为分辨率 1 296×966 的 RGB 彩色进针图像, 采集的彩色图像不利于图像处理<sup>[13]</sup>, 本文引用 `~im2bw` 函数对采集的彩色图像通过设定阈值转换为取反后的二值图像, 如图 1 所示。

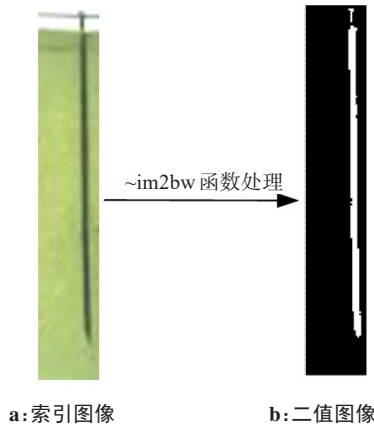


图 1 索引图像的二值处理

Figure 1 Binary processing of the indexed image

将图 1 处理后的二值图像通过高斯-拉普拉斯 (LOG) 算子进行边缘检测算子处理, 该算子对线性图像和孤立点的检测较好, 相比其它算子更适用于柔性穿刺针的针尖位置提取。

LOG 算子通过高斯函数运算首先对检测的图像进行滤波处理<sup>[14]</sup>, 将滤波后的图像进行拉普拉斯运算, 在拉普拉斯运算过程中将数值等于零的点设定为边界点。LOG 运算如下所示:

$$H(i, j) = \nabla^2 [G(i, j)] \times f(i, j) \quad (1)$$

根据卷积公式求导法:

$$H(i, j) = [\nabla^2 G(i, j)] \times f(i, j) \quad (2)$$

其中,  $G(i, j)$  为处理前图像的灰度值,  $H(i, j)$  为高斯函数:

$$H(i, j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial G(i, j)}{\partial i} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right] \left(-\frac{i}{\sigma^2}\right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 G(i, j)}{\partial^2 i} = \frac{1}{2\pi\sigma^4} \exp\left[-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right] \left(\frac{i^2}{\sigma^2} - 1\right) \quad (5)$$

同理:

$$\frac{\partial^2 G(i, j)}{\partial^2 j} = \frac{1}{2\pi\sigma^4} \exp\left[-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right] \left(\frac{j^2}{\sigma^2} - 1\right) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \partial^2 G(i, j) &= \frac{\partial^2 G(i, j)}{\partial^2 i} + \frac{\partial^2 G(i, j)}{\partial^2 j} \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^4} \left[-\frac{i^2 + j^2}{\sigma^2} - 2\right] \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

对高斯-拉普拉斯边缘检测处理后的图像进行清除孤立点、桥接、膨胀、填充、腐蚀等运算后的柔性穿刺针图像如图 2 所示。

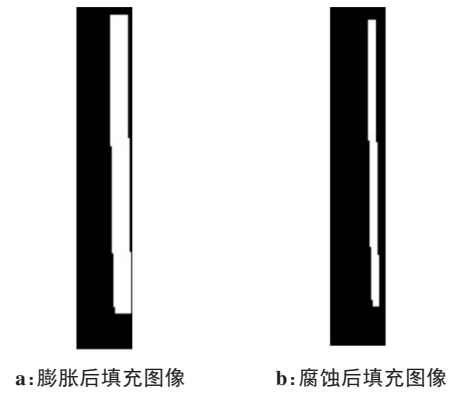


图 2 膨胀、填充、腐蚀运算后图像

Figure 2 Images after expansion, filling, and corrosion operations

## 2 多种运动轨迹模型建立原理

本文利用图像采集系统采集针穿刺实验动态过程中的穿刺针进针图像, 经过图像形态学处理计算出在整个穿刺实验过程中柔性穿刺针针尖位置坐标, 通过针尖位置坐标作出柔性穿刺针针尖运动散点图, 根据散点图的变化趋势建立穿刺针的不同模型, 并对建立的不同模型进行数据分析, 最终确定模型的最优解。第 1 节提取的柔性穿刺针动态针尖位置坐标存储至矩阵  $M$  中, 矩阵  $M$  中储存的数据为针穿刺实验过程柔性穿刺针针尖的横坐标  $X$  和纵坐标  $Y$ , 本文选取型号分别为 18G、20G、21G 的柔性穿刺针, 进针速度为 10 mm/s, 绘制针尖坐标散点图, 如图 3 所示。根据绘制的针尖坐标散点图, 本文选用了符合散点图的二阶多项式曲线模型、指数函数模型、自行车模型共 3 种拟合曲线进行数据分析。

二阶多项式曲线模拟采用“偏差平方和最小”的原理选取最小二乘法求出最小二乘解<sup>[15-19]</sup>。假设二阶多项式:

$$f(x) = \hat{a}x^2 + \hat{b}x + \hat{c} \quad (8)$$

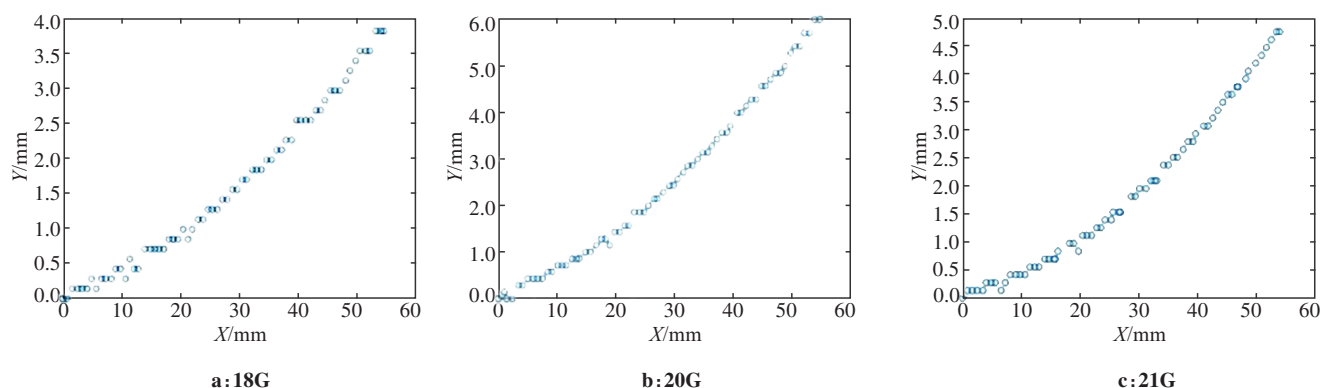


图3 不同针型针尖坐标散点图  
Figure 3 Scatter plots of needle tip coordinates for different needle types

通过矩阵  $M$  数据集:

$$M = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

确定系数  $\hat{a}$ 、 $\hat{b}$ 、 $\hat{c}$ , 满足偏差  $\delta_i$  平方和  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2 =$

$\sum_{i=1}^n [\hat{a} x_i^2 + \hat{b} x_i + \hat{c} - y_i]^2$  取最小值。将矩阵  $M$  的数

据集  $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$  带入  $f(x) = \hat{a} x^2 + \hat{b} x + \hat{c}$  得到求解解析式:

$$\begin{cases} y_1 = \hat{a} x_1^2 + \hat{b} x_1 + \hat{c} \\ y_2 = \hat{a} x_2^2 + \hat{b} x_2 + \hat{c} \\ \vdots \\ y_n = \hat{a} x_n^2 + \hat{b} x_n + \hat{c} \end{cases} \quad (10)$$

根据方程组式(10)求出  $\hat{a}$ 、 $\hat{b}$ 、 $\hat{c}$  的一组最优解。

采用最小二乘法求指数函数模型, 假设指数函数模型解析式:

$$f(x) = \hat{a} e^{\hat{b}x} \quad (11)$$

式(11)可改写为  $\ln f(x) = \hat{b}x + \ln \hat{a}$ , 将矩阵  $M$  中的数据集进行对数运算将运算后的针尖坐标存储矩阵  $N$  中:

$$N = \begin{bmatrix} x_1 & \ln y_1 \\ x_2 & \ln y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & \ln y_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

通过线性回归直线方程求解公式:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \ln y_i - n \bar{x} \overline{\ln y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad (13)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (14)$$

$$\overline{\ln y} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln y_i}{n} \quad (15)$$

$$\hat{a} = e^{\overline{\ln y} - \hat{b} \bar{x}} \quad (16)$$

找到满足指数模型的最终解, 确定指数函数模型。

在自行车模型中假设圆的方程:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (17)$$

求出二元二次方程中参数  $D$ 、 $E$ 、 $F$ , 就可以确定拟合圆的半径及圆心坐标。矩阵  $M$  数据点  $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$  到圆心距离:

$$d_i = \sqrt{(x_i - \frac{D}{2})^2 + (y_i - \frac{E}{2})^2} \quad (18)$$

为精确求出圆的方程采用数据点到圆心距离与半径偏差  $\delta_i$  平方和:

$$\sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (d_i - R)^2 \quad (19)$$

$$R = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2} \quad (20)$$

找出使得  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$  取最小值时  $D$ 、 $E$ 、 $F$  的取值, 即为模型的最最终解<sup>[20]</sup>。

### 3 实验结果与分析

#### 3.1 模型建立

多数的临床穿刺手术都与肝脏有关<sup>[21]</sup>, 通过肝穿刺手术取出肝脏组织在显微镜下直接观察肝细胞形态及病理改变, 进行肝组织活检。有助于了解是否有肝硬化、肝炎, 是否为恶性肿瘤等情况, 对肝脏炎症和纤维化的程度进行分级和评分, 为临床下一

步采取何种药物来进行抗肝炎、治疗肝硬化,是否需要临床手术治疗提供重要的参考价值。通过临床诊断表明肝穿刺活检技术的诊断价值远高于影像学 and 血液生化检测<sup>[22]</sup>。因此本文选取与肝脏组织最为接近的PVA水凝胶作为假体软组织,这种假体软组织的制作主要由聚乙烯醇、二甲基亚砷、去离子水按照一定比例混合,将混合后的溶液通过磁力搅拌器搅拌加热制作而成,经冷冻-解冻多次后得到,其透明度较好,便于实验柔性穿刺针针尖位置坐标的获取,并且其力学性能与肝脏组织最为接近<sup>[23]</sup>。

本文实验中选取的柔性穿刺针型号分别为18G、20G、21G,各型号针尖单斜面倾斜角为30°,柔性穿刺针的直径分别为0.84、0.58和0.51 mm,选取的实验装置主要由精密运动平台、图像采集系统(工业相机)、光源、ATI六轴力/力矩传感器、步进电机、针夹持器、柔性穿刺针、软组织容器盒、PVA水凝胶(假体软组织)、实验平台等组成,实验装置图如图4所示。

图4中柔性穿刺针放置在针夹持器上,PVA水凝胶假体组织放置在组织容器盒内。图像采集系统和精密运动平台、步进电机、光源等通过支架固定在水

平实验台上。精密运动平台通过步进电机控制使穿刺针完成动态穿刺实验,同时成像系统通过相机采集实验过程中的RGB彩色图像。

在针穿刺实验中将精密运动平台的进针速度设定为10 mm/s,设定图像采集系统的帧频为10 fps,采集18G、20G、21G 3种不同型号柔性穿刺针进针实验的样本,每组样本采集图像约90张,将每组样本的图像分别进行图像形态学处理提取针尖位置坐标进行二阶多项式模型建立,模型图如图5所示。

18G、20G、21G 柔性穿刺针的二阶多项式模型解析式分别为:

$$f(x) = 0.0006x^2 + 0.0364x + 0.0024 \tag{21}$$

$$f(x) = 0.0011x^2 + 0.0495x + 0.0201 \tag{22}$$

$$f(x) = 0.0011x^2 + 0.0248x + 0.0433 \tag{23}$$

18G、20G、21G 柔性穿刺针的指数函数模型图如图6所示,模型解析式分别为:

$$f(x) = 0.2379e^{0.0561x} \tag{24}$$

$$f(x) = 0.3786e^{0.0567x} \tag{25}$$

$$f(x) = 0.2674e^{0.0581x} \tag{26}$$

18G、20G、21G 柔性穿刺针的自行车模型如图7所示,模型解析式分别为:

$$(x + 10.2535)^2 + (y - 871.7753)^2 = 871.2699^2 \tag{27}$$

$$(x - 1.8622)^2 + (y - 434.9051)^2 = 432.8128^2 \tag{28}$$

$$(x - 11.0813)^2 + (y - 400.1592)^2 = 398.2155^2 \tag{29}$$

3.2 数据分析

根据3.1建立的二阶多项式模型、指数函数模型及自行车模型求出拟合优度指标:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \tag{30}$$

根据优度指标,分析模拟的拟合效果<sup>[24]</sup>, $R^2$ 越接近1,表示拟合效果越好<sup>[25]</sup>。残差平方和为:

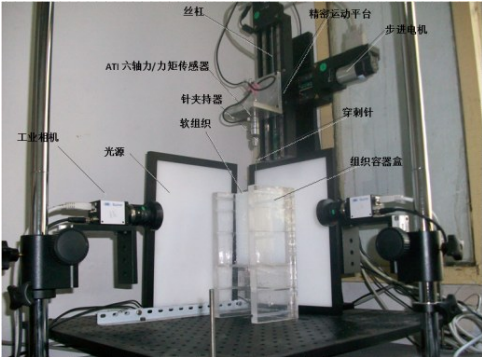


图4 实验装置  
Figure 4 Experimental devices

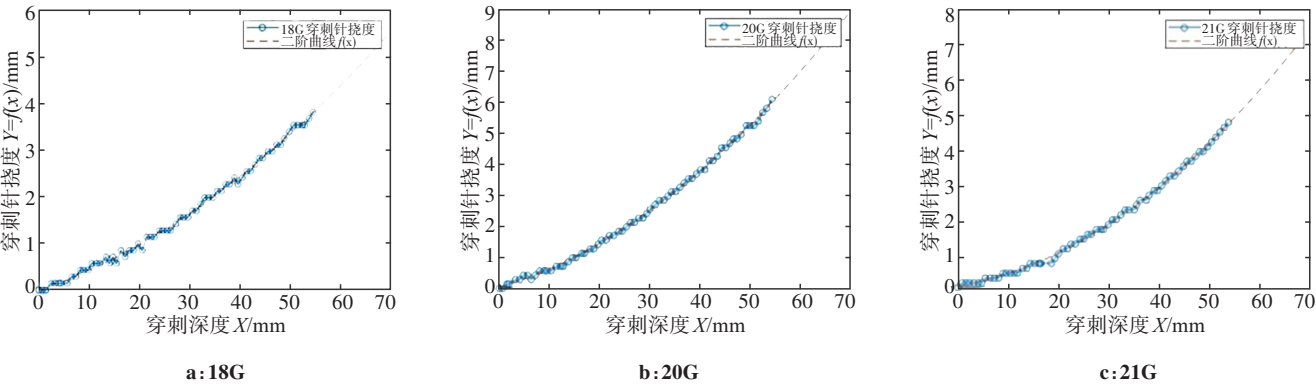


图5 二阶多项式模型  
Figure 5 Second-order polynomial models



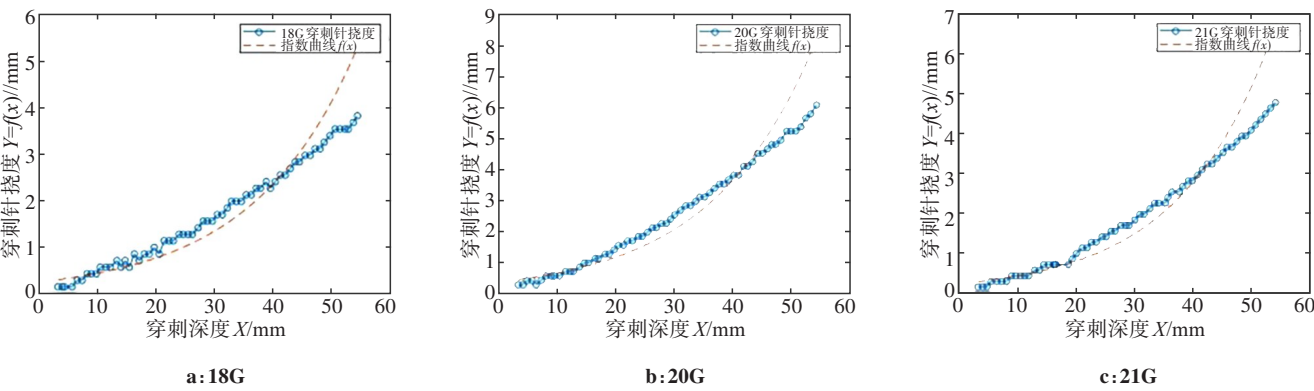


图 6 指数函数模型  
Figure 6 Exponential function models

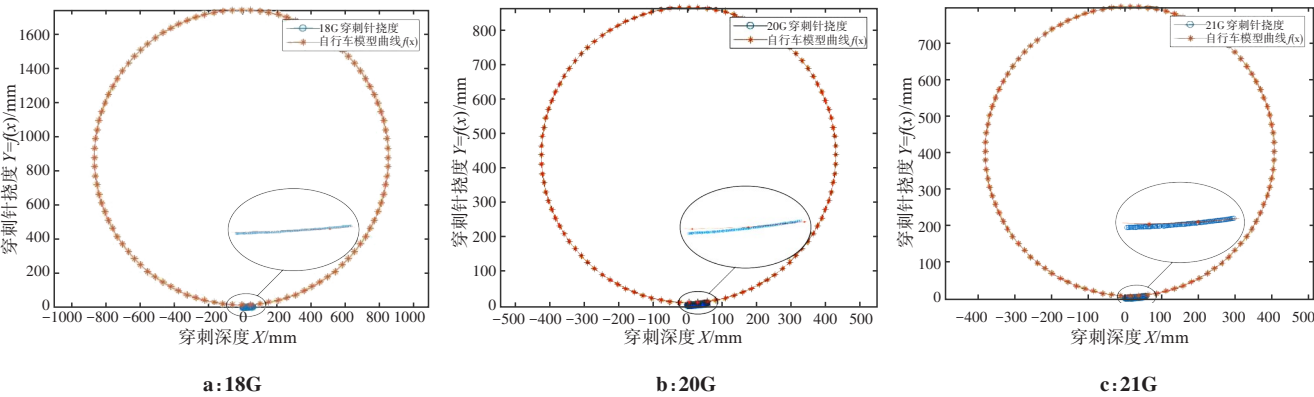


图 7 自行车模型  
Figure 7 Bicycle models

$$SSE = \sum_{i=1}^n (\hat{y} - y_i)^2$$

(31)

表 1 表示不同型号及不同模型的拟合优度指标。根据不同模型的残差画出残差图如图 8 所示。从表 1 的优度指标可以得出柔性穿刺针的 3 种模型中二阶多项式模型和指数函数模型穿刺针轨迹 96% 以上的变异可以由穿刺深度变量中的变异来预测和解释。根据图 8 的残差图可以看出,二阶多项式模型和指数函数模型穿刺深度低于 40 mm 时两者的残差都控制在 0.5 mm 以内,当穿刺深度超过 40 mm 时,二阶多项式模型残差值基本不变,而指数函数模型的残差值逐渐变大,拟合效果欠佳。自行车模型的优度指标及残差相对于以上两个模型存在较大差距。

4 结 论

针对柔性穿刺针的运动轨迹不易求解的特点,本文采用图形处理技术研究柔性穿刺针针尖在软组织中的运动坐标。根据针尖的坐标散点采用最小二乘法进行拟合,分析拟合模型比较出最优拟合模型。

表 1 不同模型和针型的优度指标及残差平方和  
Table 1 Goodness of fit and residual sum of squares of different models and needle types

模型	针型	$R^2$	SSE
二阶多项式模型	18G	0.996 86	0.269 76
	20G	0.998 69	0.272 95
	21G	0.998 49	0.198 31
指数函数模型	18G	0.966 42	2.887 10
	20G	0.970 26	6.191 40
	21G	0.976 08	3.144 00
自行车模型	18G	0.889 62	15.864 40
	20G	0.856 21	19.965 20
	21G	0.902 51	15.655 20

该方法为提高柔性针穿刺技术的精度奠定一定的基础,为进一步研究针穿刺手术中柔性穿刺针的运动轨迹提供建模方法。

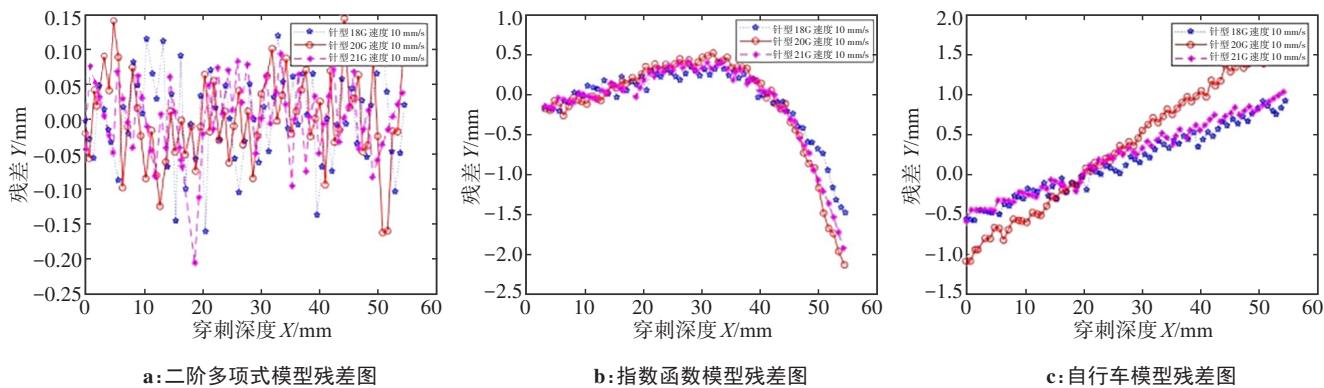


图8 不同模型的残差图

Figure 8 Residual plots for different models

## 【参考文献】

- [1] Misra S, Macura KJ, Ramesh KT, et al. The importance of organ geometry and boundary constraints for planning of medical interventions[J]. Med Eng Phys, 2009, 31(2): 195-206.
- [2] Abolhassani N, Patel R, Moallem M. Needle insertion into soft tissue: a survey[J]. Med Eng Phys, 2007, 29(4): 413-431.
- [3] Donder A, Baena FR. Kalman-filter-based, dynamic 3-D shape reconstruction for steerable needles with fiber bragg gratings in multicore fibers[J]. IEEE Trans Robot, 2022, 38(4): 2262-2275.
- [4] DiMaio SP, Salcudean SE. Interactive simulation of needle insertion models[J]. IEEE Trans Biomed Eng, 2005, 52(7): 1167-1179.
- [5] 高德东, 赵广伟, 王珊, 等. 针穿刺软组织变形预测模型研究[J]. 生物医学工程杂志, 2016, 33(3): 442-447.
- [6] Gao DD, Zhao GW, Wang S, et al. Study on prediction model of soft tissue deformation during needle insertion[J]. Journal of Biomedical Engineering, 2016, 33(3): 442-447.
- [7] Asadian A, Patel RV, Kermani MR. A distributed model for needle-tissue friction in percutaneous interventions [C]//2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 1896-1901.
- [8] Asadian A, Kermani MR, Patel RV. A novel force modeling scheme for needle insertion using multiple Kalman filters[J]. IEEE Trans Instrum Meas, 2012, 61(2): 429-438.
- [9] Asadian A, Patel RV, Kermani MR. Dynamics of translational friction in needle-tissue interaction during needle insertion[J]. Ann Biomed Eng, 2014, 42(1): 73-85.
- [10] 徐光宪, 冯春, 马飞. 基于UNet的医学图像分割综述[J]. 计算机科学与探索, 2023, 17(8): 1776-1792.
- [11] Xu GX, Feng C, Ma F. Review of medical image segmentation based on UNet[J]. Journal of Frontiers of Computer Science & Technology, 2023, 17(8): 1776-1792.
- [12] 杨滨, 陈先意. 多数据集深度学习模型的修图处理识别[J]. 计算机科学与探索, 2020, 14(2): 252-259.
- [13] Yang B, Chen XY. Image modification recognition based on multi-dataset deep learning model[J]. Journal of Frontiers of Computer Science & Technology, 2020, 14(2): 252-259.
- [14] 罗海银, 郑钰辉. 图像修复方法研究综述[J]. 计算机科学与探索, 2022, 16(10): 2193-2218.
- [15] Luo HY, Zheng YH. Survey of research on image inpainting methods [J]. Journal of Frontiers of Computer Science & Technology, 2022, 16(10): 2193-2218.
- [16] 李金, 杨鹏飞, 王菊芳, 等. 基于数字图像处理的初级纤毛定量分析[J]. 中国生物医学工程学报, 2022, 41(2): 247-251.
- [17] Li J, Yang PF, Wang JF, et al. Quantitative analysis of primary cilia based on digital image processing[J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2022, 41(2): 247-251.
- [18] 廉宁, 徐艳蕾. 基于数学形态学和颜色特征的车牌定位方法[J]. 图学报, 2014, 35(5): 774-779.
- [19] Lian N, Xu YL. Method of license plate location based on mathematical morphology and color characteristics[J]. Journal of Graphics, 2014, 35(5): 774-779.
- [20] 李洪安, 张飞, 杜卓明, 等. 针对合成孔径雷达图像的新型LOG边缘检测算法[J]. 图学报, 2015, 36(3): 413-417.
- [21] Li HA, Zhang F, Du ZM, et al. A new LOG edge detection algorithm based on synthetic aperture radar image[J]. Journal of Graphics, 2015, 36(3): 413-417.
- [22] 卢治功, 贺鹏, 职连杰, 等. 基于最小二乘法多项式拟合三角测量模型研究[J]. 应用光学, 2019, 40(5): 853-858.
- [23] Lu ZG, He P, Zhi LJ, et al. Laser triangulation measurement model based on least square polynomial fitting method[J]. Journal of Applied Optics, 2019, 40(5): 853-858.
- [24] 陈桂秀. 用程序求解最小二乘拟合多项式的系数[J]. 青海师范大学学报(自然科学版), 2010, 26(3): 14-17.
- [25] Chen GX. Solve the least square curve fitting polynomial coefficient with program[J]. Journal of Qinghai Normal University (Natural Science Edition), 2010, 26(3): 14-17.
- [26] 王伟斌, 邱长泉. 基于最小二乘曲线拟合的信号调理电路误差补偿方法[J]. 计算机测量与控制, 2009, 17(11): 2286-2288.
- [27] Wang WB, Qiu CQ. Compensating error of signal conditioning circuit based on least square curve fitting[J]. Computer Measurement & Control, 2009, 17(11): 2286-2288.
- [28] 杜水友, 章皓, 郑永军, 等. 最小二乘法拟合压力传感器二次曲线及精度分析[J]. 中国计量学院学报, 2005, 16(3): 185-187.
- [29] Du SY, Zhang H, Zheng YJ, et al. The secondary order curve of pressure sensors decided by the least square method and accuracy analysis[J]. Journal of China Jiliang University, 2005, 16(3): 185-187.
- [30] 杜凡宇, 蒋曦贤, 邓岚之, 等. 基于最小二乘法的X线球管电流校准优化方法[J]. 中国医学物理学杂志, 2023, 40(4): 456-462.
- [31] Du FY, Jiang XX, Deng LZ, et al. Optimization method of X-ray bulb tube current calibration based on least square fitting[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2023, 40(4): 456-462.
- [32] 程亚彬, 张宏伟, 郭子路. 基于最小二乘法拟合的矿车车厢铆接孔检测技术研究[J]. 煤矿机械, 2021, 42(12): 168-171.
- [33] Cheng YB, Zhang HW, Guo ZL. Research on Riveting hole detection technology of tramcar carriage based on least square method fitting circle[J]. Coal Mine Machinery, 2021, 42(12): 168-171.
- [34] Okamura AM, Simone C, O'Leary MD. Force modeling for needle insertion into soft tissue[J]. IEEE Trans Biomed Eng, 2004, 51(10): 1707-1716.
- [35] 熊焰, 李鑫, 梁丽, 等. 甲状腺粗针穿刺活检病理诊断的准确性评估[J]. 北京大学学报(医学版), 2023, 55(2): 234-242.
- [36] Xiong Y, Li X, Liang L, et al. Evaluation of accuracy of pathological diagnosis based on thyroid core needle biopsy[J]. Journal of Peking University (Health Sciences), 2023, 55(2): 234-242.
- [37] 许旺蓓. 针刺软组织有限元仿真及实验研究[D]. 天津: 天津大学, 2009.
- [38] Xu WB. Research on the simulation and experiment of needle insertion into the soft tissue[D]. Tianjin: Tianjin University, 2009.
- [39] 王建丽, 张渭育. 统计学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [40] Wang JL, Zhang WY. Statistics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010.
- [41] 王祥之. 回归分析中的相关性的实例剖析[J]. 教育现代化, 2017, 4(16): 104-105.
- [42] Wang XZ. Regression analysis in the case of correlation analysis[J]. Education Modernization, 2017, 4(16): 104-105.

(编辑: 薛泽玲)