

DOI:10.3969/j.issn.1005-202X.2023.09.013

医学信号处理与医学仪器

基于改进变步长最小均方算法的心电图信号去噪

张伟, 顾旋, 梁富娥, 吕珊珊, 刘东华
甘肃中医药大学信息工程学院, 甘肃 兰州 730100

【摘要】针对定步长和现有变步长最小均方(LMS)自适应滤波算法对心电图(ECG)信号去噪效果较差的问题,提出一种基于分式函数改进的变步长LMS算法。首先利用分式函数构造出改进的变步长LMS算法的步长函数式,通过理论和仿真分析得到该算法参数的最佳取值,并在相同条件下与定步长和其他变步长LMS算法进行性能对比,验证了该算法具有更快的收敛速度、更低的稳态误差和更小的计算复杂度。然后将该算法与定步长和其他变步长LMS算法在相同条件下对含多种真实噪声的ECG信号进行去噪效果对比。实验结果表明,相比于其他算法,该算法能更好地去除ECG信号的噪声,且去噪后ECG信号的信噪比最大,均方误差最小,Pearson相关系数最接近于1。

【关键词】心电图信号;噪声;最小均方算法;收敛速度;稳态误差

【中图分类号】R318;TN911.7

【文献标志码】A

【文章编号】1005-202X(2023)09-1057-08

ECG signal denoising using improved variable step size least mean square algorithm

ZHANG Wei, GU Xuan, LIANG Fu'e, LÜ Shanshan, LIU Donghua
College of Information Engineering, Gansu University of Chinese Medicine, Lanzhou 730100, China

Abstract: An improved variable step size least mean square (LMS) algorithm based on fractional function is proposed to solve the problem of the poor denoising performances of the fixed step size and the existing variable step size LMS adaptive filtering algorithms on electrocardiogram (ECG) signals. The fractional function is used to construct the step function of the improved variable step size LMS algorithm, and the optimal parameter values of the algorithm are obtained through theoretical and simulation analyses. The performance comparison with the fixed step size and other variable step size LMS algorithms under the same conditions verifies that the proposed algorithm has faster convergence speed, lower steady-state error and less computational complexity. Moreover, the proposed algorithm is compared with the fixed step size and other variable step size LMS algorithms on ECG signals containing multiple real noises under the same conditions. The experimental results show that compared with the other algorithms, the proposed algorithm can better remove the noise in ECG signals, and that the denoised ECG signals have the largest signal-to-noise ratio and the minimum mean square error, with a Pearson correlation coefficient closest to 1.

Keywords: electrocardiogram signal; noise; least mean square algorithm; convergence speed; steady-state error

前言

医生通过记录心脏电活动的心电图(Electrocardiogram, ECG)信号来诊断各种心脏疾病。但ECG信号在采集和传输过程中容易受到多种噪声干扰^[1],如基线漂移、肌电干扰和运动伪影等,这些噪

声伪影会导致ECG的波形发生不同程度的失真,从而导致临床分析和诊断结果的不准确。因此,在保留ECG信号有用波形特征的同时,滤除不需要的噪声伪影至关重要^[2-3]。自适应滤波器能够自适应调整系统内的结构和参数对未知信号进行滤波处理,目前广泛应用于系统辨识、噪声干扰处理等方面。其中最小均方(Least Mean Square, LMS)算法的自适应滤波性能较为优越,在自适应滤波算法中应用较为广泛^[4],但传统LMS算法的步长因子 μ 固定,使得收敛速度和稳态误差两方面性能不可兼得,算法的滤波性能较差。后续研究人员将固定的步长因子转化为可变的步长因子,基于各种函数构建出新的步长函数表达式,如Sigmoid函数^[5]、改进双曲正切函数^[6]

【收稿日期】2023-03-11

【基金项目】甘肃省教育厅创新基金(2022B-113);甘肃中医药大学研究生创新基金(2022CX81)

【作者简介】张伟,副教授,研究方向:医学信号处理、医学图像处理,
E-mail: 27670934@qq.com;顾旋,硕士,研究方向:生物医学信号处理,E-mail: guxuan_2020@163.com

和 t 分布概率密度函数^[7]等,提出变步长LMS算法。仿真结果表明,这些算法虽然都有效地改进了定步长LMS算法的缺陷,但算法函数结构较为复杂,使得算法的计算复杂度较大。

本文基于分式函数构建了变步长LMS算法的步长函数式,并通过理论和仿真实验确定了本文算法步长函数式的参数最佳取值,提出一种基于分式函数改进的变步长LMS自适应滤波算法。将本文算法与其他算法在相同条件下进行性能比较验证了本文算法具有更优越的自适应滤波性能。将本文算法与定步长LMS算法和相关文献中的变步长LMS算法在相同条件下对MIT-BIH数据库中含多种真实噪声的ECG信号进行去噪处理,定性和定量数据表明了本文算法能更好地去除含噪ECG信号的噪声。

1 方法

1.1 LMS自适应滤波算法原理

LMS自适应滤波算法能够根据期望信号和输出信号之间的误差不断调整权矢量,进而使两者之间的均方误差值最小^[8-9]。图1为自适应滤波器原理图^[10-11],其中 $x(n)$ 为输入信号, $y(n)$ 为输出信号, $d(n)$ 为期望信号, $e(n)$ 为期望信号与输出信号的误差, μ 为步长因子。

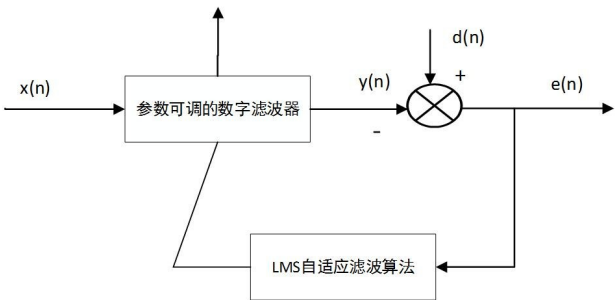


图1 LMS自适应滤波器原理图
Figure 1 Schematic diagram of LMS adaptive filter

LMS自适应滤波算法的完整迭代表达式^[12]如下所示:

$y(n) = W^T(n)X(n)$ (1)

$e(n) = d(n) - y(n)$ (2)

$W(n + 1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n)$ (3)

式中, $X(n)$ 为输入信号矢量, $W(n)$ 为滤波器权系数矢量。收敛条件为式(4)所示:

$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ (4)

式中, λ_{\max} 为输入信号自相关矩阵的最大特征值。

由文献[13]可得LMS算法收敛速度和稳态误差的函数表达式如下所示:

$\tau_{av} = \frac{1}{2\mu\lambda_{av}}$ (5)

$M = \frac{\mu^*tr[R]}{2}$ (6)

式中, τ_{av} 为平均时间常数, λ_{av} 为输入信号自相关矩阵的平均特征值, $tr[R]$ 为输入信号自相关矩阵的迹。由式(5)和式(6)可得,LMS算法的步长因子 μ 越大(小)时,平均时间常数 τ_{av} 越小(大),算法收敛时间越短(长),稳态误差 M 的值则越大(小),即收敛速度越快(慢),稳态误差越高(低)。因此可知定步长LMS算法的收敛速度和稳态误差两方面性能不可兼得。

1.2 改进的变步长LMS算法原理

为了解决上述定步长LMS算法收敛速度和稳态误差不可兼得的问题,覃景繁等^[5]提出一种优越的变步长LMS算法的步长函数更新规则:把固定步长因子 μ 转化成可变的步长因子 $\mu(n)$ 后,当误差函数绝对值 $|e(n)|$ 取值较大时,步长因子 $\mu(n)$ 也取得较大值,使算法获得较快的收敛速度;当误差函数绝对值 $|e(n)|$ 取值接近零时,步长因子 $\mu(n)$ 取得较小值,使算法获得较低的稳态误差。

根据上述步长更新规则,本文以小计算复杂度的分式函数为基础,其函数表达式如式(7)所示:

$f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ (7)

式(7)的函数图像如图2所示。由图2的函数曲线可知,当变量 x 在正负两端取值较大时, $f(x)$ 具有较大值;在 x 接近0时, $f(x)$ 具有较小值。因此本文所提的基于分式函数的函数模型符合上述步长的更新规则。

用误差函数 $e(n)$ 和步长因子 $\mu(n)$ 分别替代函数式中的 x 和 $f(x)$ 。同时对该函数式加入 a 、 b 、 k 3个参

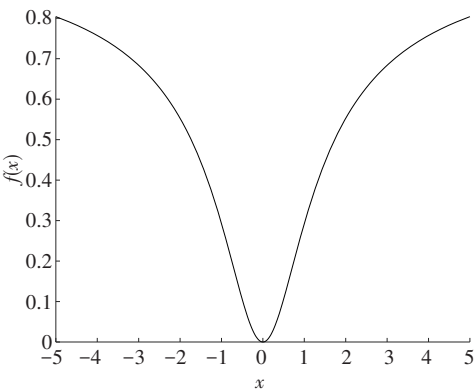


图2 本文分式函数图像
Figure 2 Fractional function image

数来控制算法的性能^[14],可得改进的步长函数的表达式如式(8)所示:

$$\mu(n) = a \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + k[e(n)]^{2b}}} \right) \quad (8)$$

由于LMS算法具有收敛性, μ 的取值范围为 $(0, \frac{1}{\lambda_{\max}})$ 。因此,对式(8)的步长因子 $\mu(n)$ 求极限得本文算法的收敛条件^[15]:

$$\lim_{e(n) \rightarrow 0} \mu(n) = \lim_{e(n) \rightarrow 0} a \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + k[e(n)]^{2b}}} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{e(n) \rightarrow \pm\infty} \mu(n) = \lim_{e(n) \rightarrow \pm\infty} a \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + k[e(n)]^{2b}}} \right) = a \quad (10)$$

可知 $\mu(n)$ 的最小值为0,最大值为 a ,故本文算法的收敛条件为:

$$0 < \mu(n) < a < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (11)$$

2 仿真实验

2.1 参数最佳取值

参数 a 、 b 、 k 的取值对算法性能具有较大的影响,通过理论和仿真实验分析本文算法在参数 a 、 b 、 k 取不同值时在噪声下的收敛曲线,进而判断算法的性能并确定最佳参数取值^[16],仿真软件采用MATLAB R2020b,仿真条件设置如下:(1)输入信号 $t(n)$ 是均值 $\mu=0$ 、方差 $\sigma^2=1$ 的白噪声;(2)干扰噪声 $v(n)$ 是信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)为13 dB的高斯白噪声;(3)自适应滤波器的阶数 $L=3$,滤波系统为横向有限冲击响应结构,抽头系数为 $[0.7923, -1.0419, 0.2315]$;(4)系统的迭代次数 $N=1000$,每条收敛曲线为200次独立仿真后的统计平均值^[17]。其中横坐标 N 为系统的迭代次数,纵坐标 $|e(n)|$ 为误差函数的绝对值。在相同时间内,收敛曲线下降到趋于平缓后的速度越快,表明算法的收敛速度越快;在趋于平缓后迭代次数 N 的值与原点的绝对差值越小,表明算法的稳态误差越低。

分析参数 a ,由图3可知,当 a 值越大时,算法的收敛速度越快,稳态误差越低。当 a 值大于0.15时,算法的收敛曲线近乎重合。由上节知,参数 a 与算法的收敛性有关,当继续增大 a 值时,收敛曲线会发散。同时为了减小算法的计算复杂度,本文 a 取值为0.2。

分析参数 b ,由图4可知,当参数 b 取不同值时,4条收敛曲线几乎重合,即该参数下收敛速度和稳态误差的性能差距很小;而当继续增大 b 值时,算法的收敛速度变慢且稳态误差增大,然后算法的收敛曲

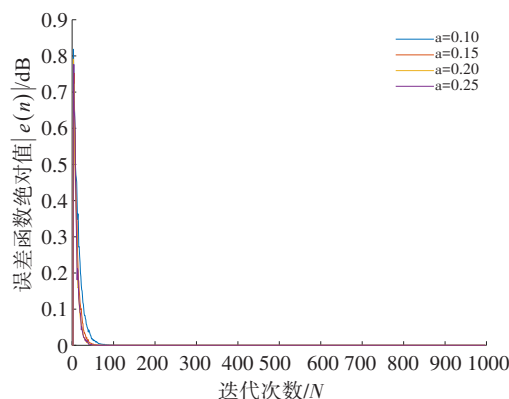


图3 当 b 、 k 固定, a 取不同值时算法在13 dB噪声下的收敛曲线
Figure 3 Convergence curve of the algorithm under 13 dB noise when a is different, with fixed b and k

线会发散。同时为了减小算法的计算复杂度,故本文算法 b 取值为0.01。

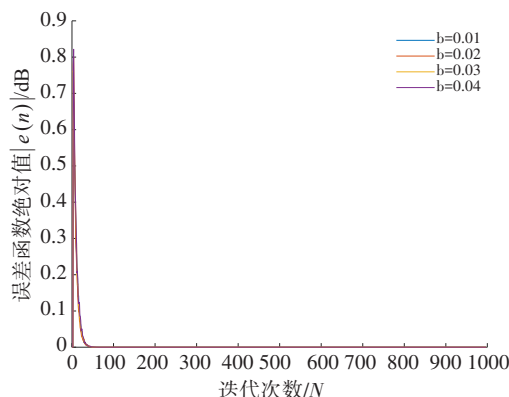


图4 当 a 、 k 固定, b 取不同值时算法在13 dB噪声下的收敛曲线
Figure 4 Convergence curve of the algorithm under 13 dB noise when b is different, with fixed a and k

分析参数 k ,由图5可知,参数 k 取不同值时,4条收敛曲线性能差距较小。当继续增大 k 值时,算法的收敛曲线会发散。同时为了减小算法的计算复杂度,故本文算法 k 取值为2。

2.2 各算法的收敛速度和稳态误差性能对比

为了验证本文基于分式函数改进变步长LMS算法的自适应滤波性能,将本文算法与定步长LMS算法和基于不同函数的变步长LMS算法在相同条件下进行性能对比。表1为定步长LMS算法(步长值 $\mu=0.002$)和基于其他函数的变步长LMS算法的步长函数表达式,如文献[5](基于Sigmoid函数)、文献[10](基于分式函数)、文献[11](基于对数函数)和文献[17](基于对数Sigmoid函数),通过收敛曲线综合比较各算法收敛速度、稳态误差和计算复杂度的性能优劣。各算法的步长函数参数值均取自文献中的最佳取

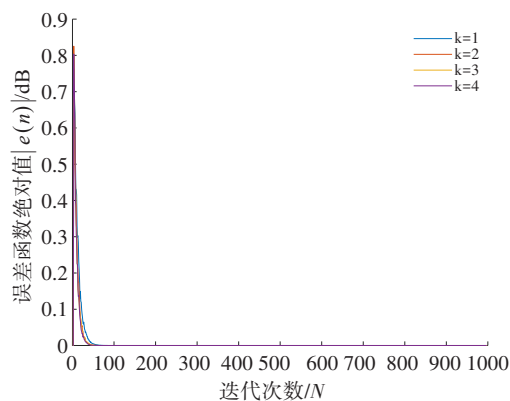


图5 当 a 、 b 固定, k 取不同值时算法在13 dB噪声下的收敛曲线
Figure 5 Convergence curve of the algorithm under 13 dB noise when k is different, with fixed a and b

值,实验仿真环境与本文第2.1节一致。各LMS算法的步长函数表达式和最佳参数取值如表1所示。

图6为各算法在SNR=13 dB噪声信号下的收敛曲线,定步长LMS算法和文献[5]算法的收敛曲线下落到趋于平缓的速度最慢且迭代次数最多,即收敛速度很慢且稳态误差较大,算法性能最差。文献[10]和文献[11]的步长函数分别为分式函数与对数函数,计算复杂度较小,两算法的收敛曲线在垂直下降部分近于重合,即两种算法的收敛速度相当,但是文献[11]相比于文献[10]的收敛曲线趋于平缓的值略小,即稳态误差略小。文献[17]的步长函数计算复杂度略大,收敛曲线下落到趋于平缓后的速度较快,但是趋

表1 各LMS算法的步长函数表达式和最佳参数取值
Table 1 Step function expressions and optimal parameter values of each LMS algorithm

算法	算法的步长函数表达式	参数取值
定步长LMS算法	$e(n) = d(n) - W^T(n)X(n)$ $W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n)$	$\mu=0.002$
文献[5]	$\mu(n) = \beta \left(\frac{1}{1 + \exp(-\alpha e(n))} \right) - 0.5$	$\alpha=0.13, \beta=3$
文献[10]	$\mu(n) = \beta \frac{ e(n) ^\alpha}{\sqrt{A + e(n)^{2\alpha}}}$	$\alpha=1, \beta=0.13, A=0.3$
文献[11]	$\mu(n) = b \lg(a e(n) ^m)$	$\alpha=1\ 000, b=0.02, m=2$
文献[17]	$\mu(n) = 2\beta \left\{ 1.4 + \log[1 + \exp(-\alpha e(n) ^{-2})] \right\}$	$\alpha=4, \beta=0.01$
本文算法	$\mu(n) = a \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + k[e(n)]^{2b}}} \right)$	$\alpha=0.2, b=0.01, k=2$

于平缓的迭代次数比文献[10]和文献[11]多,即稳态误差较大。本文算法的收敛曲线在下降到趋于平缓的速度最快,且迭代次数最少,即收敛速度最快,稳态误差也最低。同时相比于其他算法的步长函数,本文算法的步长函数没有范数项,只具有较少的幂次项,即本文算法的计算复杂度较小。

3 仿真分析

3.1 ECG信号和噪声数据来源

3.1.1 MIT-BIH心律失常数据库 本文ECG信号选用美国麻省理工学院和Beth Israel医院合作建立的MIT-BIH心律失常数据库的ECG数据,该数据库共包含48个双通道真实心电图记录。该心电图以360 Hz/s进行数字化,每个记录持续30 min。本文从该数据库中随机选择100、103、108号3个ECG信号进行研究和分析,设置采样频率360 Hz,采样时间为20 s。

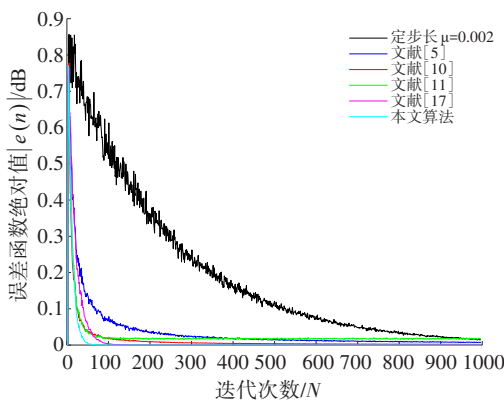


图6 噪声信号为SNR=13 dB下各算法的收敛曲线
Figure 6 Convergence curves of various algorithms under noisy signal SNR=13 dB

3.1.2 MIT-BIH噪声压力测试数据库 该数据库包含12个0.5 h的ECG信号记录以及3.5 h的真实噪声记

录,其中3个噪声记录分别是ma(肌电干扰)、bw(基线漂移)和em(运动伪影)。基线漂移是一种低频噪声,会使得ECG信号波形上下波动;而肌电干扰和运动伪影是高频噪声,会使得ECG信号有用波形淹没在噪声中。本文截取该数据库等长的“ma”、“bw”和“em”与MIT-BIH心律失常数据库中的ECG信号叠加构成真实含噪的ECG信号。图7为原始103号ECG信号与“ma”、“bw”和“em”叠加构成真实含噪的ECG信号。由图7可知,ECG信号在受到不同频率的噪声干扰后,信号波形出现了失真,很多有用波形特征难以被识别出来。

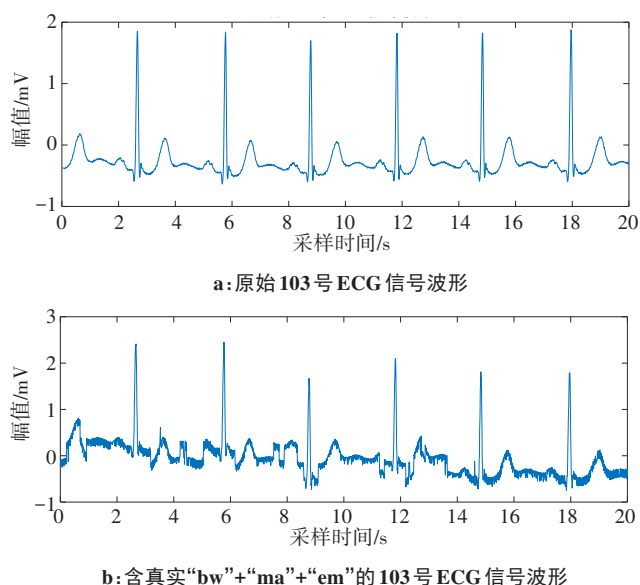


图7 原始103号ECG信号波形和含噪103号ECG信号波形图
Figure 7 Waveforms of original No.103 ECG signal and noisy No.103 ECG signal

3.2 各LMS算法去噪性能对比

为了验证本文基于分式函数改进的变步长LMS算法对含噪ECG信号的去噪性能^[18-19],选取“MIT-BIH心律失常数据库”的100、103和108号ECG信号与等长的MIT-BIH噪声压力测试数据库中的“ma”、“bw”和“em”叠加构成真实的含不同频率噪声的ECG信号^[20]。通过仿真实验比较表2各LMS自适应滤波算法对ECG信号噪声的去噪效果,以去噪后ECG信号的波形特征与SNR、均方误差(Mean Square Error, MSE)和Pearson相关系数(Pearson Correlation Coefficient, PCC)值为评价准则^[21-22],定性和定量比较各算法的去噪效果。SNR、MSE和PCC的表达式如下所示:

$$\text{SNR} = 10 \lg \left(\sum_{i=1}^N \frac{f^2(i)}{[f(i) - g(i)]} \right) \quad (12)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(i) - g(i)]^2 \quad (13)$$

$$\text{PCC} = \frac{\sum_{i=1}^N [f(i) - \bar{f}] [g(i) - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [f(i) - \bar{f}]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N [g(i) - \bar{g}]^2}} \quad (14)$$

式中, $f(n)$ 为原始信号, $g(n)$ 为去噪后的信号, \bar{f} 、 \bar{g} 分别为原始信号和去噪后信号的平均值, n 为信号采样点数, N 为信号长度。SNR越大、MSE越小和PCC值越接近于1,表明去噪后有用信号占比越大、信号的离散程度越小和去噪信号与原始信号的相似程度越高,即该算法对含噪信号的去噪效果越好^[23-24]。

图8~图10分别为各算法对含多种噪声的100号、103号和108号ECG信号的滤波效果图。通过定性分析图8和图9的ECG信号波形特征和定量分析表2的数据结果可知:定步长LMS算法由于步长因子固定,收敛速度和稳态误差的性能都较差,对含噪ECG信号去噪后波形失真较为严重,定量数据结果也较差;文献[5]提出基于Sigmoid函数的步长函数,虽然将定步长因子 μ 变成了变步长因子 $\mu(n)$,但是由上述性能分析可知,该算法的收敛速度和稳态误差性能仍然较差,且算法计算复杂度较大,对含噪ECG信号的去噪后信号波形幅值被降低,与原始ECG信号的相似度较低。文献[10]和文献[11]变步长LMS算法的步长函数分别基于分式函数、对数函数,两者的收敛速度和稳态误差性能差距较小,对含噪的ECG信号去噪后波形峰值略微被削弱,但定性结果和定量数据表明去噪效果优于定步长LMS算法和文献[5]算法。文献[17]变步长LMS算法的步长函数基于对数Sigmoid函数,收敛速度优于其他文献算法,但稳态误差性能略微较差,对含噪ECG信号去噪后的波形特征仍有部分失真,SNR、MSE和PCC值提升幅度仍较小。本文通过分析总结LMS算法的相关理论,并通过优化算法规则,将固定步长因子转化为可变步长因子,利用分式函数构造出变步长LMS算法的步长函数式,并向步长函数添加多个参数来控制该算法的性能,并通过仿真实验得到了该算法步长函数参数的最佳取值,提出本文基于分式函数的改进变步长LMS算法。并由本文第2.2节算法的收敛曲线可知,本文算法的收敛曲线在下降到趋于平缓的速度最快,且迭代次数最少,即本文算法具有较快的收敛速度和较低的稳态误差;且本文算法步长函数式没有范数项和指数项,只有较少幂次项,即本文算法计算复杂度较低。本文算法对含噪ECG信号去噪后“bw”被较好地校正,“ma”和“em”噪声被很好地去掉,去噪信号波形与原始信号波形最相似,且

表2 各LMS算法对含噪ECG信号去噪效果的定量分析

Table 2 Quantitative analysis of denoising performances of various LMS algorithms on noisy ECG signals

方法	第100号(SNR=5.406 8 dB)			第103号(SNR=4.453 6 dB)			第108号(SNR=5.968 5 dB)		
	SNR/dB	MSE	PCC	SNR/dB	MSE	PCC	SNR/dB	MSE	PCC
定步长LMS算法	7.504 7	0.151 7	0.746 3	7.947 5	0.160 6	0.888 5	7.038 0	0.145 6	0.739 9
文献[5]	11.998 3	0.090 4	0.892 4	12.414 7	0.096 0	0.958 9	12.934 3	0.073 8	0.915 8
文献[10]	15.827 1	0.058 2	0.949 8	15.603 1	0.066 5	0.982 3	17.388 3	0.044 2	0.963 1
文献[11]	15.597 9	0.059 8	0.956 5	15.777 0	0.065 2	0.984 2	17.444 2	0.043 9	0.967 2
文献[17]	16.308 3	0.055 1	0.948 5	16.296 7	0.061 4	0.981 4	17.494 6	0.043 7	0.963 8
本文算法	20.389 8	0.034 4	0.979 8	20.704 0	0.037 0	0.992 8	21.599 8	0.027 2	0.985 9

SNR、MSE 和 PCC 定量数据值也优于其他算法。即本文基于分式函数改进的变步长 LMS 算法具有比其他 LMS 算法更好的自适应滤波性能和去噪效果。但本文算法仍有一定局限性,本文算法的性能受到步

长函数的参数 a 、 b 、 k 较大影响,本文对该参数选取仅依靠相关计算经验进行选取,不具有自适应性和科学性,这将影响算法的自适应滤波性能。

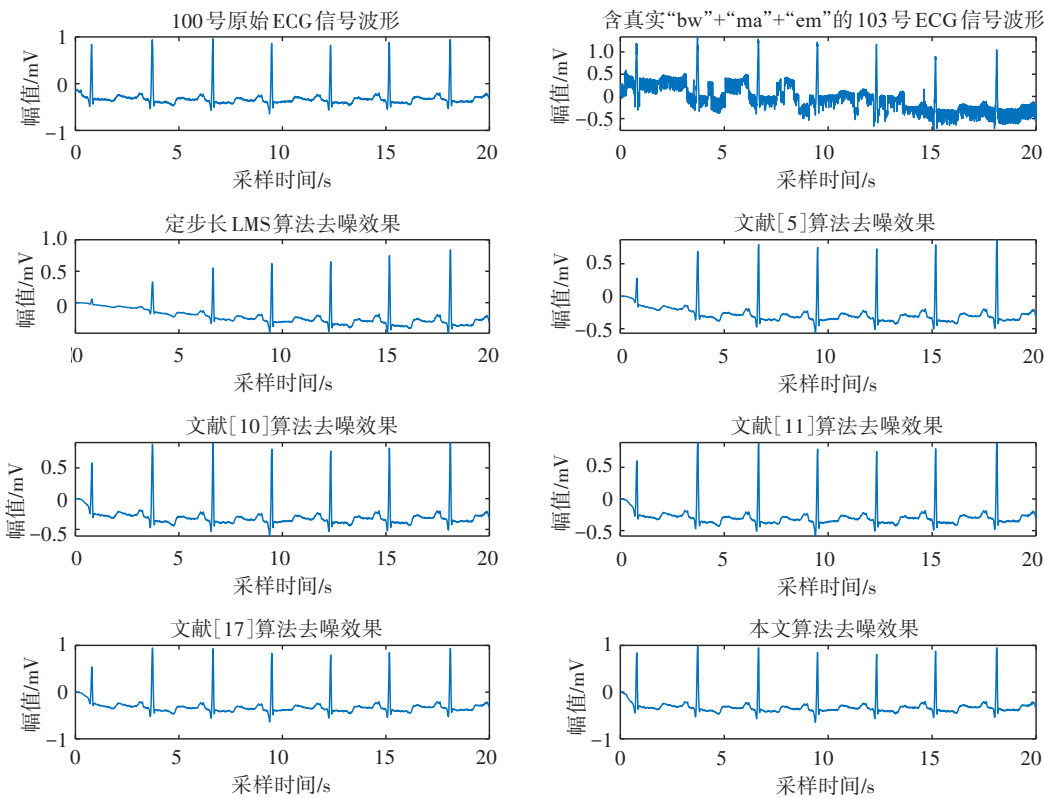


图8 各LMS算法对100号含噪ECG信号的去噪效果

Figure 8 Denoising results of various LMS algorithms on noisy No.100 ECG signals

4 结 论

为了解决定步长 LMS 算法收敛速度和稳态误差不可兼得以及变步长 LMS 算法自适应滤波性能较差的问题,本文根据优化算法规则,基于分式函数构建步长函数式,并通过理论和仿真分析得到步长函数最佳参数取值,提出一种改进的变步长 LMS 算法。

将本文算法与其他 LMS 算法在相同条件下进行性能比较,结果表明本文算法具有较快的收敛速度、较低的稳态误差和较小的计算复杂度。将本文算法与定步长 LMS 算法和相关文献的变步长 LMS 算法在相同条件下对含真实噪声的 ECG 信号去噪分析,结果表明,本文算法能更好地去除 ECG 信号噪声,且去噪

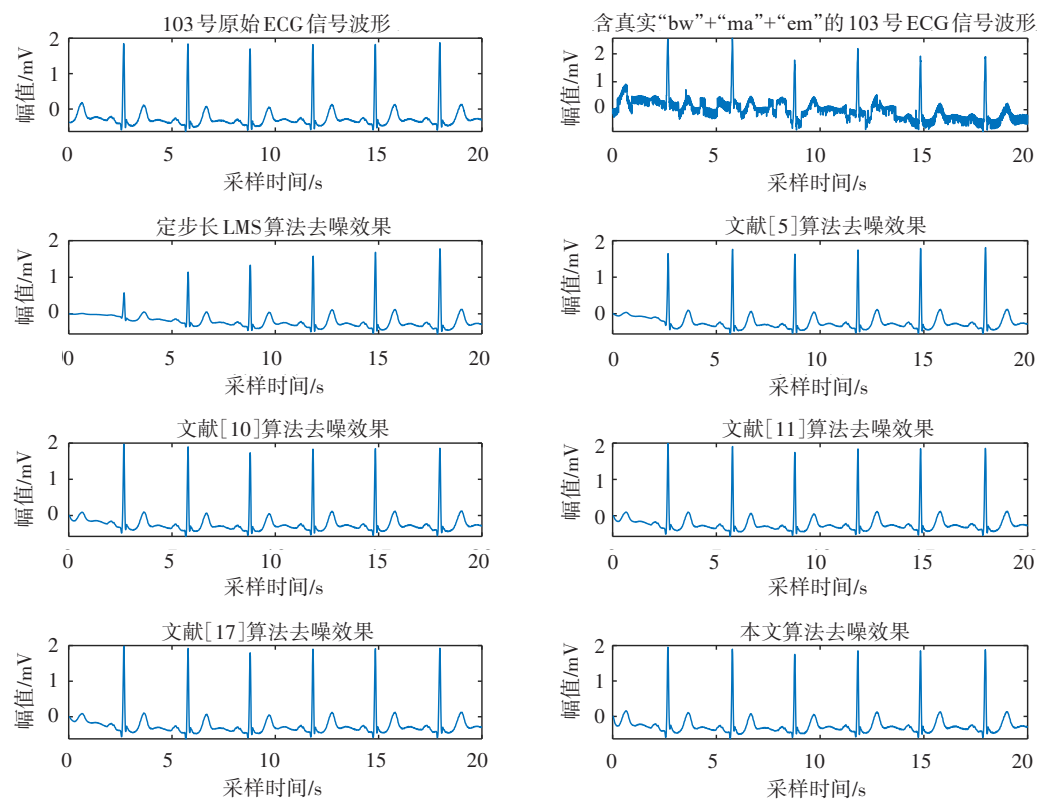


图9 各LMS算法对103号含噪ECG信号的去噪效果

Figure 9 Denoising results of various LMS algorithms on noisy No.103 ECG signals

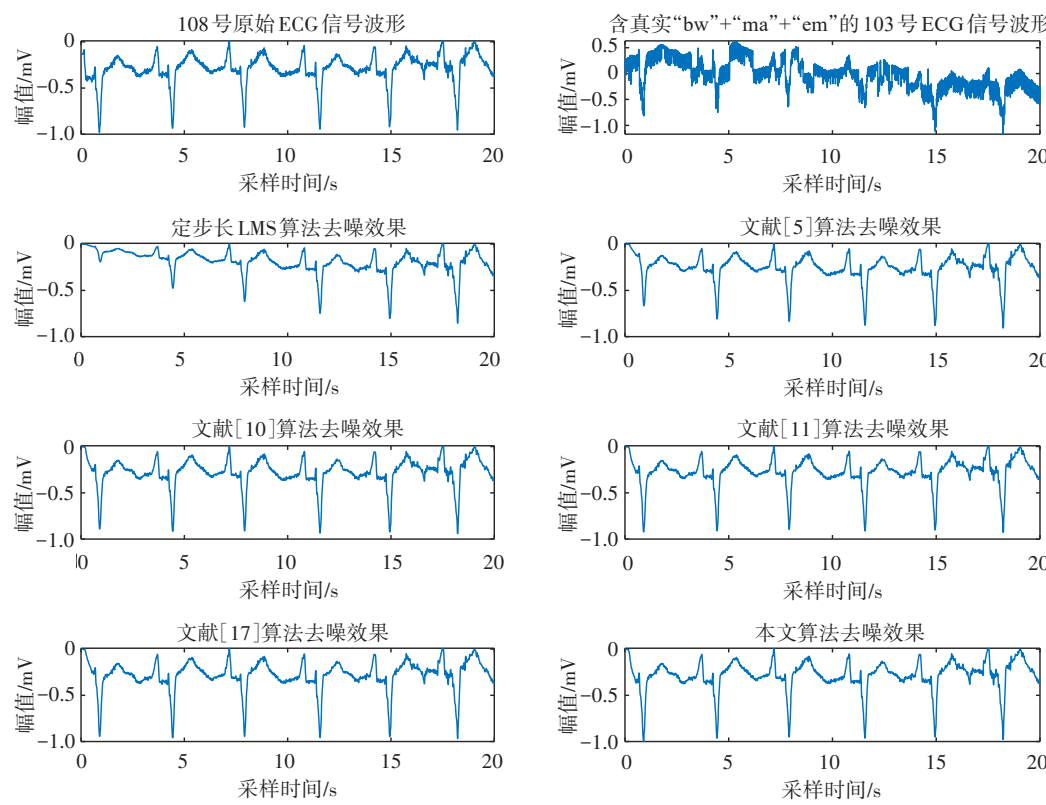


图10 各LMS算法对108号含噪ECG信号的去噪效果

Figure 10 Denoising results of various LMS algorithms on noisy No.108 ECG signals

信号 SNR 最大、MSE 最小、PCC 最接近于 1。综上所述,本文改进的变步长 LMS 算法具有较好的自适应滤波性能,为 LMS 自适应滤波算法去除 ECG 信号噪声提供了理论和实验依据。

【参考文献】

- [1] Chatterjee S, Thakur RS, Yadav RN, et al. Review of noise removal techniques in ECG signals[J]. IET Signal Process, 2020, 14(9): 569-590.
- [2] Chandra M, Goel P, Anand A, et al. Design and analysis of improved high-speed adaptive filter architectures for ECG signal denoising[J]. Biomed Signal Process Control, 2021, 63: 102221.
- [3] Gao L, Gan Y, Shi J. A novel intelligent denoising method of ecg signals based on wavelet adaptive threshold and mathematical morphology[J]. Appl Intell, 2022, 52(9): 10270-10284.
- [4] Momoh MO, Ubadike OC, Kachalla IA, et al. VSS-LMS: LMS algorithm experimental approach[J]. Mekatronika, 2021, 3(2): 31-36.
- [5] 章景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 数据采集与处理, 1997(3): 171-174.
Qin JF, Ouyang JZ. A new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Data Acquisition and Processing, 1997(3): 171-174.
- [6] 章坚武, 余皓, 章谦骅. 改进的双曲正切函数的变步长 LMS 算法[J]. 通信学报, 2020, 41(11): 116-123.
Zhang JW, Yu H, Zhang QH. An improved LMS algorithm with variable step size for hyperbolic tangent function[J]. Journal of Communication, 2020, 41(11): 116-123.
- [7] 伍彩云, 李汶东. 基于 t 分布变换的新变步长 LMS 算法[J]. 沈阳理工大学学报, 2021, 40(1): 82-87.
Wu CY, Li WD. A new variable step size LMS algorithm based on t distribution transformation[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2021, 40(1): 82-87.
- [8] Yadav S, Saha SK, Kar R, et al. Optimized adaptive noise canceller for denoising cardiovascular signal using SOS algorithm[J]. Biomed Signal Process Control, 2021(69): 102830.
- [9] 马琴, 裴鑫, 陈卯燕, 等. 基于自适应滤波的干扰消除方法研究[J]. 天文学报, 2022, 63(3): 33-42.
Ma Q, Pei X, Chen MZ, et al. Research on interference cancellation method based on adaptive filtering[J]. Acta Astronomica Sinica, 2022, 63(3): 33-42.
- [10] 伍松, 周振华. 基于分式函数的新变步长 LMS 算法[J]. 机械设计与制造, 2019(7): 25-28.
Wu S, Zhou ZH. A new variable step size LMS algorithm based on fractional function[J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2019(7): 25-28.
- [11] 茹国宝, 黄燕, 郭英杰, 等. 基于对数函数的新变步长 LMS 算法[J]. 武汉大学学报(理学版), 2015, 61(3): 295-298.
Ru GB, Huang Y, Guo YJ, et al. A new variable step size LMS algorithm based on logarithmic function[J]. Journal of Wuhan University (Science Edition), 2015, 61(3): 295-298.
- [12] Zhang Y, Jin D, Chen J. A model-based variable step-size strategy for proximal multitask diffusion LMS algorithm[J]. Digit Signal Process, 2021, 117: 103199.
- [13] 吴龙文, 聂雨亭, 张宇鹏, 等. 基于变分模态分解的自适应滤波降噪方法[J]. 电子学报, 2021, 49(8): 1457-1465.
Wu LW, Nie YT, Zhang YP, et al. Adaptive filtering noise reduction method based on variational modal decomposition[J]. Journal of Electronics, 2021, 49(8): 1457-1465.
- [14] 刘庆强, 郑长敏, 何红凯, 等. 一种基于小波阈值的变步长 LMS 语音降噪算法[J]. 吉林大学学报(理学版), 2022, 60(4): 943-949.
Liu QQ, Zheng CM, He HK, et al. A variable step size LMS speech noise reduction algorithm based on wavelet threshold[J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2022, 60(4): 943-949.
- [15] Wang F, Wang Q, Liu F, et al. Improved NLMS-based adaptive denoising method for ECG signals[J]. Technol Health Care, 2021, 29(2): 305-316.
- [16] Shaddeli R, Yazdanjue N, Ebadollahi S, et al. Noise removal from ECG signals by adaptive filter based on variable step size LMS using evolutionary algorithms[C]//2021 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE). IEEE, 2021: 1-7.
- [17] 龙小强. 变步长自适应 LMS 滤波算法的研究[D]. 兰州: 西北师范大学, 2021.
Long XQ. Research on variable step size adaptive LMS filtering algorithm[D]. Lanzhou: Northwest Normal University, 2021.
- [18] Faiz MM, Kale I. Removal of multiple artifacts from ECG signal using cascaded multistage adaptive noise cancellers[J]. Array, 2022, 14: 100133.
- [19] 庞宇, 陈亚军, 汪立宇. 一种改进的变步长最小均方算法滤除心电图信号运动伪迹的研究[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(8): 3083-3087.
Pang Y, Chen YJ, Wang LY. Research on an improved variable step size least mean square algorithm for filtering ECG motion artifacts[J]. Science Technology and Engineering, 2020, 20(8): 3083-3087.
- [20] Sraithi M, Jabrane Y. A denoising performance comparison based on ECG signal decomposition and local means filtering[J]. Biomed Signal Process Control, 2021, 69: 102903.
- [21] Zhang D, Wang S, Li F, et al. An efficient ECG denoising method based on empirical mode decomposition, sample entropy, and improved threshold function[J]. Wirel Commun Mob Comput, 2020, 2: 1-11.
- [22] Madan P, Singh V, Singh DP, et al. Denoising of ECG signals using weighted stationary wavelet total variation[J]. Biomed Signal Process Control, 2022, 73: 103478.
- [23] Hu M, Zhang S, Dong W, et al. Adaptive denoising algorithm using peak statistics-based thresholding and novel adaptive complementary ensemble empirical mode decomposition[J]. Informa Sciences, 2021, 563: 269-289.
- [24] 卢莉蓉, 牛晓东, 王鉴, 等. 基于 EMD 与 IMF 分量统计特性的 ECG 去噪[J]. 中国医学物理学杂志, 2021, 38(12): 1529-1534.
Lu LR, Niu XD, Wang J, et al. ECG de-noising based on EMD and IMF component statistical characteristics[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2021, 38(12): 1529-1534.

(编辑:陈丽霞)