

基于高斯过程和Radon变换的视网膜血管管径测量

罗忠亮, 贾应彪

韶关学院信息工程学院, 广东 韶关 512005

【摘要】视网膜血管管径的异常变化与糖尿病、高血压等心脑血管疾病发展进程息息相关,眼底图像中视网膜血管信息的提取是计算机辅助分析和诊断相关疾病的重要步骤。本研究提出一种视网膜血管管径测量方法。首先对眼底图像进行图像预处理,然后基于高斯过程和Radon变换准确跟踪血管中心线和方向,最后利用二维高斯过程回归技术测量血管管径。在DRIVE和STARE这两个眼底图像数据库中进行测试。结果表明不论是对于曲率较小的近似直线型血管段、曲率较大的弯曲型血管段,还是对于管径发生变化的血管段,本文方法都能较好地检测出血管管径宽度,且标准差低、运算速度快。

【关键词】视网膜血管管径测量;眼底图像;高斯过程;Radon变换

【中图分类号】R318;TP391.4

【文献标志码】A

【文章编号】1005-202X(2022)11-1377-08

Measurement of retinal vessel diameter using Gaussian process and Radon transform

LUO Zhongliang, JIA Yingbiao

School of Information Engineering, Shaoguan University, Shaoguan 512005, China

Abstract: The abnormal changes of retinal vessel diameter are closely associated with the development of cardiovascular and cerebrovascular diseases such as diabetes and hypertension. Therefore, the extraction of retinal vessel information in fundus images is significant for computer-aided analysis and diagnosis of related diseases. Herein a novel method for the measurement of retinal vessel diameter is presented. After fundus image preprocessing, Gaussian process and Radon transform are used to track the center lines and directions of retinal vessel, and then the retinal vessel diameter is estimated using two-dimensional Gaussian process regression technology. The fundus image databases of DRIVE and STARE are used for testing. The results reveal that whether for approximately linear vessel segments with small curvature, curved vessel segments with large curvature, or vessel segments with changes in diameter, the proposed method can measure the retinal vessel diameter efficiently, with low standard deviation and high operation speed.

Keywords: retinal vessel diameter measurement; fundus image; Gaussian process; Radon transform

前言

眼底图像视网膜血管是人体唯一可以非创伤直接观察的较深层微血管,与心脑血管在生理解剖学上具有类似的结构特性^[1-2]。临床经验表明该类血管管径变化在一定程度上能反映动脉硬化、糖尿病、高血压等心脑血管疾病对血管网络形态结构的影响,为临床诊断、方案选择、疗效评价和发病机理研究等

提供参考^[3-4]。因此,对眼底图像中血管直径进行测量和量化分析对于这些疾病的预防和早期诊断具有重要意义^[5-7]。手动测量方法通常是眼科医生直接在眼底图像中标记视网膜血管边界,再测量血管直径,该方法测量血管管径准确率较高,但是其准确性与医生个人经验紧密相关,且耗时长、效率低,不适合批量处理图像。如何对视网膜血管管径进行客观准确的自动量化是临床诊断和医学研究中亟待解决的问题^[8-10]。

近年来,利用数字图像处理技术对眼底图像进行处理取得不少研究成果,可以实现血管管径的测量。现有管径测量方法大致分为3类:(1)边界交点法^[11-13]。确定血管两侧边界,由血管中心线得到血管方向,沿血管方向的垂直方向扫描,通过计算边界两像素点间的距离来测量血管管径。姚畅等^[13]基于血

【收稿日期】2022-05-04

【基金项目】广东省自然科学基金(2016A030307044);韶关市科技计划(200811114531562, 210720154531311)

【作者简介】罗忠亮,博士,教授,研究方向:信号与信息处理、人工智能,E-mail: luozl2004@163.com

管骨架方向及空间位置信息,采用改进的定向局部对比度方法测量管径。(2)横截面轮廓法^[14-16]。分析血管的横截面像素灰度分布情况,采用高斯曲线拟合血管横截面的像素灰度以测量血管管径。Lowell等^[14]利用视网膜血管的方向信息和横跨血管像素点灰度,通过拟合局部血管二维高斯曲线来获得血管管径。(3)模型法^[10,17-19]。根据血管特征建立适当的管径测量模型,Lupaşcu等^[17]利用决策树和多分辨率的海尔曼模型测量管径。然而,边界交点法中血管骨架线的准确提取直接影响管径测量的有效性,还存在血管分叉和分叉处管径不能准确测量的问题。由于并不是所有的视网膜血管横截面灰度都呈高斯曲线分布,因而高斯曲线并不能完全拟合;横截面轮廓法中管径测量会存在一定的误差;模型法中有些方法设定参数不能达到自适应测量的效果或者不能达到自动化的要求^[20]。因此,众多学者不断探索研究能自动测量而又准确的方法。

在分析现有管径测量方法的基础上,本研究提出一种眼底图像视网膜血管管径自动测量方法。结

合高斯过程和Radon变换准确地跟踪血管中心线和血管边缘,从而测量视网膜血管管径。通过对DRIVE和STARE两种数据库中的图像进行测试,实验结果表明所采用方法具有较好的性能。

1 眼底图像预处理

眼底图像通常包含红色、蓝色和绿色这3个通道图像,选取对比度较高的绿色通道图像进行处理。采集到的眼底图像普遍存在亮度不均匀、微血管与背景对比度较低等现象。因此,为抑制眼底图像中的噪声干扰,突显血管信息,提升对比度,强化有价值信息,往往在分析前需要对眼底图像进行预处理^[2,21]。

预处理过程中,首先是对眼底图像进行中值滤波,减弱背景噪声的影响,突出血管;然后采用自适应直方图均衡化方法对归一化的图像进行处理,从而提升图像的动态范围,拉伸对比度,增强血管的对比度和清晰度,以便更好地学习血管特征。预处理结果如图1所示。

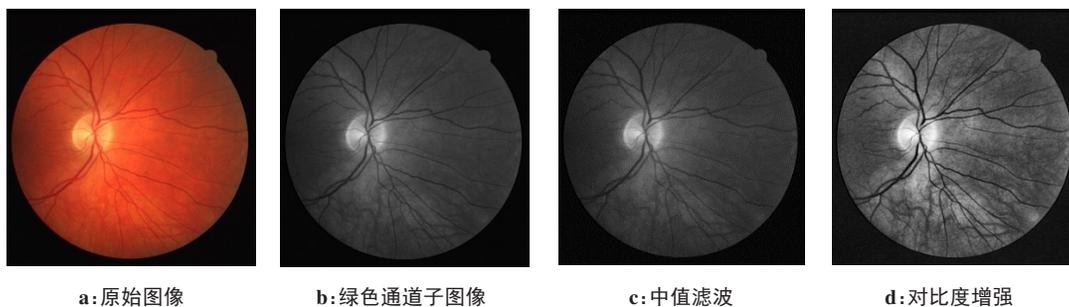


图1 原始图像预处理

Figure 1 Preprocessing of original image

2 血管管径测量

2.1 血管中心线跟踪方法

眼底图像视网膜血管管径测量过程中,血管中心线的准确提取和血管方向的确定非常关键^[2,12,20]。本研究采用高斯过程回归技术和Radon变换的方法跟踪单个血管段中心线,并将该方法推广到有分叉的血管中,以此检测血管骨架图。

通常来说,大部分血管曲率较小,视网膜血管可看作为由多数曲率较小的直线段(一般血管)和少数曲率较大的弯曲段(有分支血管)构成。为了跟踪血管中心线,假设一般的血管没有分叉,这些血管段中曲率变化平稳且满足高斯分布。基于血管横截面灰度呈高斯分布的特性,根据血管的初始方向和中心线利用二维高斯函数拟合血管。通过区分正负曲率值,假定这种血管段弯曲的地方曲率是一个均值为

0,方差为 C_N 的高斯过程,其边缘分布如式(1)所示。

$$p(t_N) = N(t_N|0, C_N) \tag{1}$$

其中, t_N 为血管边缘的曲率。

如图2所示,血管曲率与其走向变化有直接关系。可以推断,沿着血管的方向变化是零均值高斯过程。随着曲率的增加,相应的方向变化也增加。通过方向变化可以识别正曲率值和负曲率值,通常认为顺时针方向和逆时针方向分别对应正曲率值和负曲率值^[12]。

跟踪血管中心线的第一步是特征提取,特征值通过Radon变换获取,并作为高斯过程的输入 x_N 。二维Radon变换通过与起始点不同距离 ρ 和角度 θ 进行线积分得到。在二维欧氏空间中,函数 $g(x,y)$ 的Radon变换可以定义为^[12]:

$$R(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x,y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy \tag{2}$$

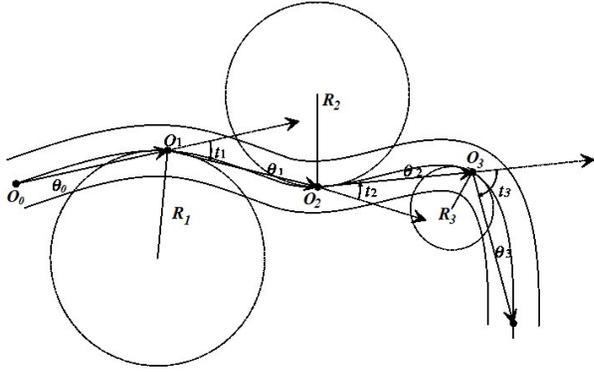
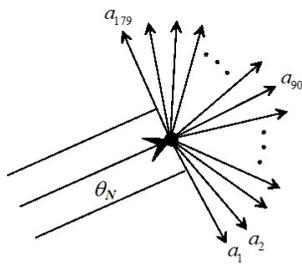


图2 血管跟踪示意图

Figure 2 Diagram of vessel tracking

其中, $\delta(r)$ 是狄拉克函数, 其值在0处为无穷大, 在其他参数中为0。由于积分过程消除了噪声, Radon变换对噪声鲁棒性较好。为了提取血管中心线跟踪的特征, Radon变换过程中进行以下设置:

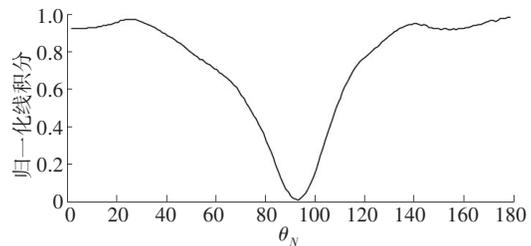


a: 不同方向Radon变换

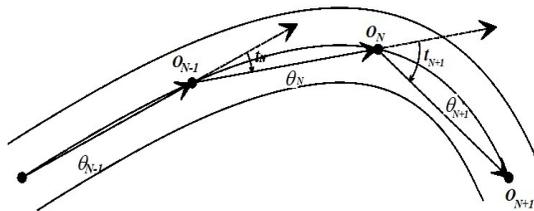
$$\begin{cases} \rho=0 \\ \theta=(\theta_N-89)^\circ, \dots, (\theta_N-1)^\circ, (\theta_N)^\circ, (\theta_N+1)^\circ, \dots, (\theta_N+89)^\circ \end{cases} \quad (3)$$

其中, θ_N 是第 N 步中的血管方向(起始点的方向在初始化时确定)。

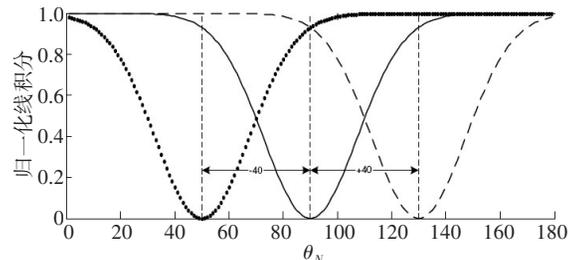
一般血管跟踪的Radon变换特征提取过程如图3所示。图3a为基于Radon变换的特征提取算法。Radon变换前, 根据离中心线 O_N 的距离为每个像素定义权重。接近 O_N 的像素具有更多有价值的信息, 相应的权重更高, 权重接近1。基于3次插值, 计算加权线积分并形成包含179个元素的向量。对于眼底图像, 通常假设血管灰度比背景的灰度值低。图3b为所提取的特征, 与边缘元素相比, 提取向量的中间元素具有更小的值。图3c为血管中心线跟踪算法示意图, O_i, θ_i, t_i 分别表示中心线点、血管局部方向、方向变化。图3d目标方向变化分别为 $-40^\circ, 0^\circ$ 和 40° 时对应的综合生成训练数据样本。



b: 提取的特征向量



c: 血管中心线跟踪算法示意图



d: 合成生成的训练数据样本

图3 Radon变换特征和血管跟踪

Figure 3 Radon transform features and vessel tracking

在跟踪的每一步中, 目标是通过评估 θ_{N+1} 来预测新输入向量 x_{N+1} 的方向变化。利用式(1), 目标值上的分布可以由式(4)得出:

$$p(t_{N+1}) = N(t_{N+1} | 0, C_{N+1}) \quad (4)$$

因此, $p(t_{N+1} | t_N)$ 将是一个高斯分布, 其均值和方差分别由式(5)和式(6)求得^[9]:

$$m(x_{N+1}) = \mathbf{k}^T C_N^{-1} t_N \quad (5)$$

$$\sigma^2(x_{N+1}) = c - \mathbf{k}^T C_N^{-1} \mathbf{k} \quad (6)$$

其中, C_N 是由式(7)确定的方差矩阵元素:

$$C(x_n, x_m) = \mathbf{k}(x_n, x_m) + \beta^{-1} \delta_{nm} \quad (7)$$

由于 $p(t_{N+1} | t_N)$ 是高斯分布, t_{N+1} 最可能的值就是高斯分布的均值 $m(x_{N+1})$:

$$t_{N+1} = m(x_{N+1}) \quad (8)$$

新的血管方向由式(9)决定:

$$\theta_{N+1} = \theta_N + t_{N+1} \quad (9)$$

其中, θ_N 是血管的前一个方向。若 $m(x_{N+1}) = 0$, 意味着血管的局部方向没有变化, 也就是曲率为0; 若 $m(x) \gg 0$, 意味着血管弯曲度很高, 曲度变化快。

为了找到一个新的中心线点, 需向新血管方向 θ_{N+1} 前进一步。步长与曲率成反比, 即当曲率增大

时,步长减小,当曲率减小时,步长增大。可以采用式(10)获得每次迭代的步长 d :

$$d = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - t_{N+1} \right) \quad (10)$$

由以上可知,血管中心线跟踪方法是先在图像血管中选择一个种子点,利用Radon变换计算其相应的特征向量,然后使用式(5)计算目标方向变化,最后通过将此变化添加到前一个方向,计算出新的血管方向,沿着新的方向不断向前,直至到达血管的末端,从而得到准确的中心线和血管走向。

2.2 视网膜血管分支检测

为获得更全面的血管网络树,除了跟踪一般的直线型血管段外,还必须检测分支并开启进一步的跟踪,采用多个高斯过程回归技术来实现两个分支的跟踪。基于Radon变换的特征集用于检测分支点,在分叉的情况下,所获得的特征向量可能存在与现有分支相对应的两个局部极小值。因此,为了跟踪这两个方向,在每一步中预测两个方向,使用两个独立的高斯过程分别跟踪较小和较大的偏差角。

在第 N 步检测时, $t_{N,1}$ 和 $t_{N,2}$ 为两个独立高斯过程的边缘近似目标。假设 $t_{N,1}$ 和 $t_{N,2}$ 分别表示左分支和右分支,且 $t_{N,1} \leq t_{N,2}$ 。为训练高斯过程,将分支训练数据添加到以前数据中。对于每一组训练数据, $t_{N,1}$ 和 $t_{N,2}$ 不同或相同分别代表有分支点或没有分支的一般血管段。

获得训练数据后就可以估测核参数,然后在给定均值的情况下,每一步利用高斯分布 $p(t_{N+1,1}|t_{N,1})$ 和 $p(t_{N+1,2}|t_{N,2})$ 估测新的目标值。

$$\begin{cases} t_{N+1,1} = m_1(x_{N+1}) = \mathbf{k}^T \mathbf{C}_N^{-1} t_{N,1} \\ t_{N+1,2} = m_2(x_{N+1}) = \mathbf{k}^T \mathbf{C}_N^{-1} t_{N,2} \end{cases} \quad (11)$$

其中, $t_{N,1}$ 和 $t_{N,2}$ 分别表示左侧和右侧分支值, $t_{N+1,1}$ 和 $t_{N+1,2}$ 方向之间的差异可以当作是分支点的标志。

2.3 血管管径估算

除血管中心线外,管径值也可采用独立的高斯过程进行跟踪。假设管径在其初始值周围变化平稳,非零均值高斯分布描述如下^[12]:

$$p(r_N) = N(r_N|r_0, \mathbf{J}_N) \quad (12)$$

其中, r_0 和 \mathbf{J}_N 分别代表血管的管径初始值和协方差矩阵。

管径跟踪的过程与之前的中心线跟踪方法类似,但由于高斯过程的非零均值特性,有少许的改变。式(5)重新表述如下:

$$m(z_{N+1}) = a + \mathbf{k}^T \mathbf{J}_N^{-1} (r - \alpha) \quad (13)$$

其中, a 和 z_{N+1} 分别表示高斯过程和第 $N+1$ 步中特征向量的均值, α 是控制数据点相关性程度的超参数, \mathbf{J}_N 和 \mathbf{k} 是协方差矩阵和相似性向量。

使用一组不同的Radon变换特征进行检测,这些特征更适合厚度检测。也就是说,在估计血管方向后的每一步中令 $\alpha = \theta_{N+1}$,通过改变距离 ρ 以生成直径敏感特征。按照这种方式,沿血管方向计算线积分,从而对血管内腔随机的强度变化具有更强的鲁棒性。管径测量的特征提取过程见图4。

2.4 血管管径测量算法

基于高斯过程和Radon变换的血管管径测量过程如图5所示。

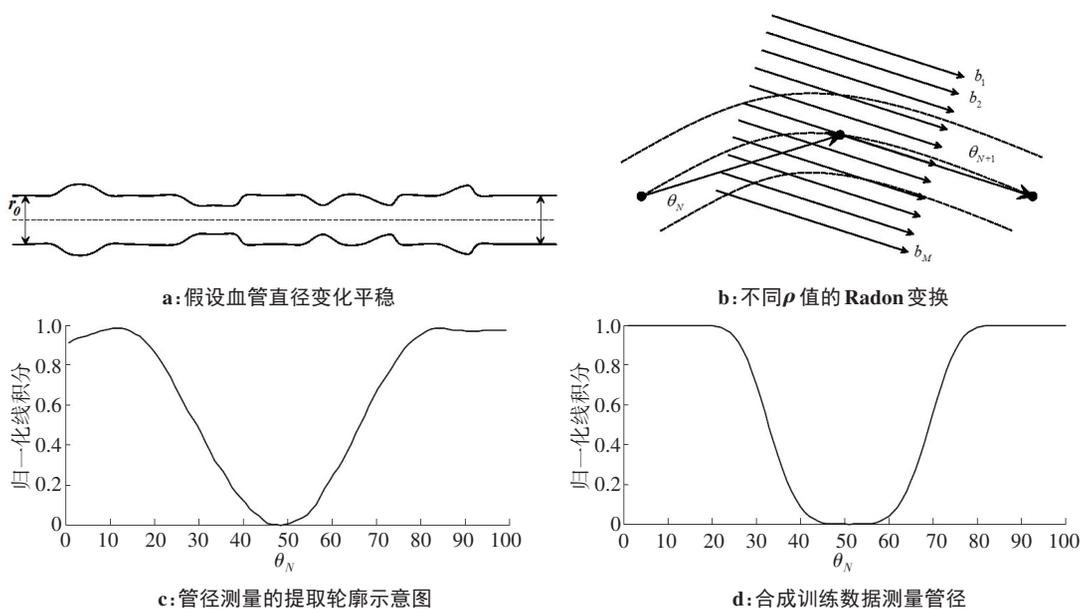


图4 管径测量的特征提取

Figure 4 Feature extraction for diameter measurement

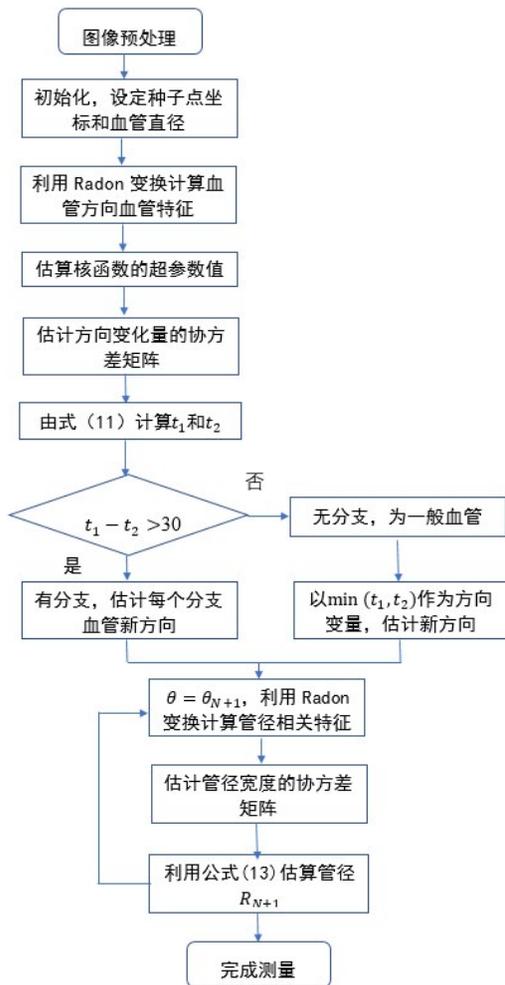


图5 管径测量算法流程图

Figure 5 Flowchart of algorithm for measurement of retinal vessel diameter

3 实验结果与分析

管径测量方法基于 Matlab R2016a 平台,在主频 3.6 GHz、CPU 为 i7-7700、内存 8 GB, 64 位 Win10 操作系统的计算机上进行实验。采用 DRIVE^[21] 和 STARE^[22] 眼底数据库中的图像进行测试。

3.1 血管管径测量评价指标

临床采集到的眼底图像通常无法获得专家的金标准,对血管段管径宽度的估测往往是将邻近的多个血管管径宽度数据取平均值,因而血管管径宽度测量结果的连贯性远比血管管径绝对宽度的准确性重要^[13,23]。除此之外,对于血管宽度测量结果常采用管径标准差 σ 的均值和相对误差 Err 来进行评价,定义如下^[20,24-25]:

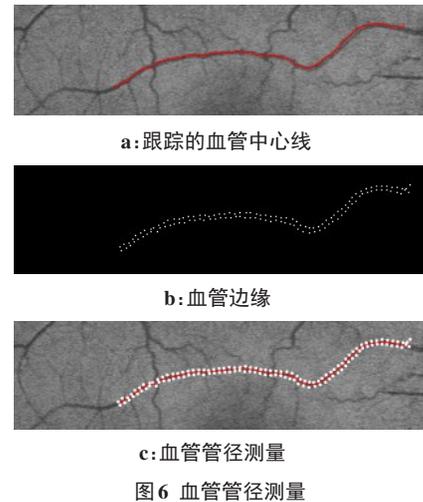
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (v_d - \bar{v}_d)^2}{m}} \quad (14)$$

$$\text{Err} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m |v_d - \bar{v}_d|^2}{m\bar{v}_d}} \quad (15)$$

其中, v_d 为感兴趣血管段处对应的管径值, \bar{v}_d 为感兴趣血管段处血管段管径的平均值, m 为血管段边缘点数。

3.2 血管管径测量性能分析

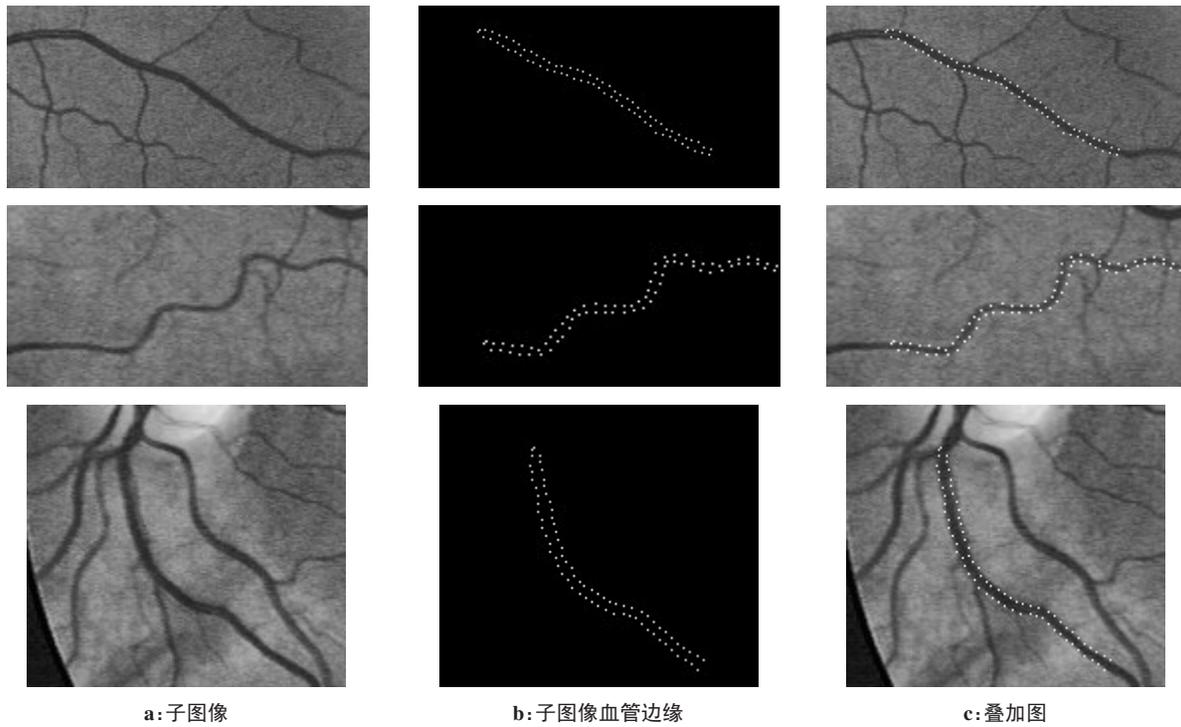
为了验证管径测量的有效性,从血管中心线和边缘跟踪的稳定性和准确性两个方面进行分析。图 6 为血管管径测量示意图,图 6a 为跟踪到的血管中心线,图 6b 为跟踪到的血管边缘,采用 4 个连续点血管直径宽度计算平均值。

图6 血管管径测量
Figure 6 Vessel diameter measurement

为验证算法的鲁棒性,对不同结构形态和有分支的视网膜血管感兴趣区域进行管径宽度测量,如图 7 和图 8 所示。图 7 分别有近似直线型、曲度小、曲度大且多弯度型的血管段。图 7 中第 1 列为截取的感兴趣血管段子图像,第 2 列为血管管径边缘,第 3 列为测得的管径宽度,对于曲度小、曲度大且多弯度型的血管段都能测量出来。图 8 是有分支的视网膜血管子图像的血管管径测量。

对图像感兴趣区域进行标记,采用基于高斯过程和 Radon 变换跟踪的方法估测血管管径。图 9 为眼底图像视网膜多种结构形态跟踪结果图,包括血管段 A~F 共 6 种不同结构形态血管段的管径跟踪结果。

为了更好地说明本文方法的性能,将本文方法的参数和代表性眼底血管管径测量方法^[16]的参数进行对比。由表 1 可知,本文方法能获得较低的标准差和相对误差,测得的血管管径宽度数据具有较好的连续性和一致性。表 2 为感兴趣血管段 F 从种子点开始跟踪的连续 20 个点的位置和管径值。根据血管跟踪算法可以得到血管边缘,从而得到所跟踪血管左右端点的坐标,根据左右端点坐标可以得到血管管径大小。



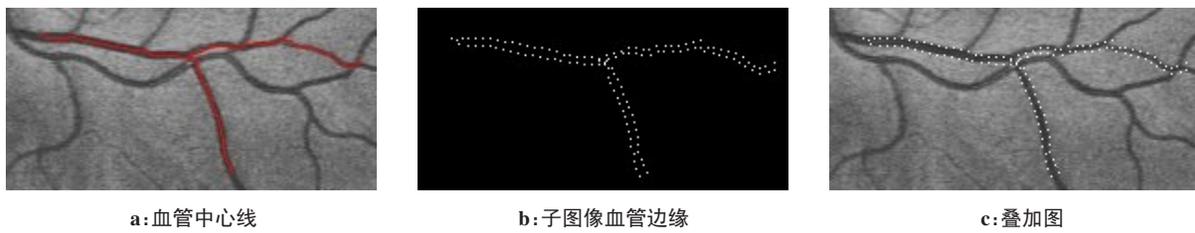
a:子图像

b:子图像血管边缘

c:叠加图

图7 不同形态结构血管段测量结果

Figure 7 Diameter measurement for vessel segments of different morphological structures



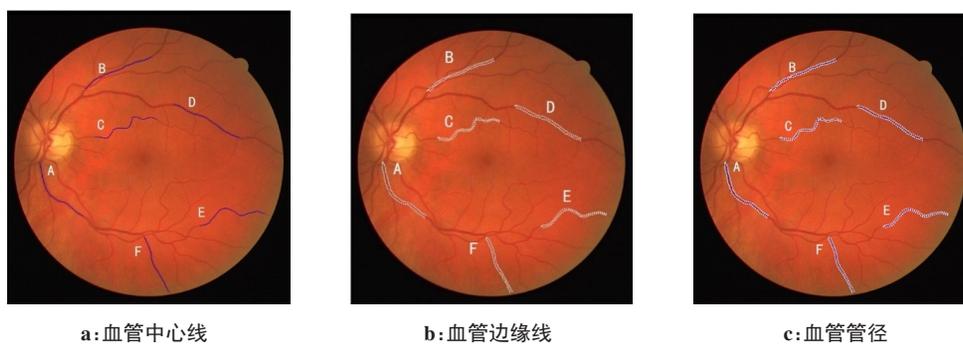
a:血管中心线

b:子图像血管边缘

c:叠加图

图8 两分支血管测量

Figure 8 Diameter measurement for vessel with two branches



a:血管中心线

b:血管边缘线

c:血管管径

图9 不同结构形态血管管径测量

Figure 9 Retinal vessel diameter measurement in various structures

由图6~图9可知,基于高斯过程和Radon变换的血管管径跟踪方法能成功地跟踪血管中心线和测量血管段管径。不论是对于曲率很小的直线型血管段、曲率较大的弯曲型血管段,还是对于宽度大小明显变化的血管段,本文方法都能较好地测量出血管

管径宽度,性能较好。

4 结语

糖尿病、高血压等疾病会引起视网膜血管的形态结构发生变化,眼底图像视网膜血管测量是量化

表1 血管管径测量参数比较(像素)

Table 1 Comparison of vessel diameter measurement (pixels)

血管段	平均值		标准差		相对误差	
	本文方法	代表性方法 ^[16]	本文方法	代表性方法 ^[16]	本文方法	代表性方法 ^[16]
A	4.833	2.744	0.179	0.571	0.144	0.471
B	3.609	2.500	0.164	0.533	0.124	0.205
C	2.917	2.349	0.194	0.542	0.158	0.425
D	4.112	2.619	0.151	0.502	0.104	0.483
E	3.128	2.027	0.153	0.445	0.103	0.321
F	3.886	2.054	0.139	0.491	0.112	0.432

表2 血管F段测量结果(像素)

Table 3 Measurement results of vessel segment F (pixels)

序号	左端点x值	左端点y值	右端点x值	右端点y值	管径
1	274.06	449.94	271.94	452.06	3.00
2	274.54	450.81	272.92	452.55	2.38
3	275.55	451.69	273.00	453.35	3.04
4	276.34	452.61	273.11	454.21	3.61
5	277.07	453.32	273.30	455.28	4.25
6	277.56	454.21	273.72	456.18	4.32
7	277.91	455.16	274.27	457.01	4.08
8	278.44	456.02	274.64	457.94	4.26
9	278.72	456.97	275.29	458.76	3.87
10	279.34	457.88	275.52	459.66	4.21
11	279.81	458.80	275.87	460.56	4.31
12	280.09	459.77	276.39	461.42	4.05
13	280.51	460.68	276.79	462.34	4.07
14	280.82	461.58	277.35	463.24	3.85
15	281.14	462.55	277.87	464.08	3.60
16	281.79	463.41	278.02	465.06	4.12
17	282.43	464.18	278.22	466.11	4.63
18	282.69	465.16	278.78	466.94	4.29
19	282.77	466.23	279.54	467.70	3.55
20	283.48	467.21	279.49	468.60	4.23

分析过程中的关键步骤,对临床疾病的计算机辅助分析和诊断具有指导意义。本研究基于高斯过程和Radon变换的血管管径测量方法成功地跟踪血管中心线,实现了视网膜血管管径自动测量的目的。利用DRIVE和STARE数据库中的图像进行测试,在感兴趣测量区域内实现血管段的管径测量。实验结果表明,本文方法的测量结果准确和稳定,且能很好地作用于血管交叉处,具有速度快、准确率高和稳定性好等优点。因此,本文方法对于临床上视网膜血管改变的早期诊断和分析具有一定的参考价值。

【参考文献】

- [1] 汪晓磊, 满凤媛, 王艳玲, 等. 基于视网膜血管评估心脑血管疾病的研究进展[J]. 临床和实验医学杂志, 2015, 14(22): 1921-1923. Wang XL, Man FY, Wang YL, et al. Research progress of evaluation of cardiovascular and cerebrovascular diseases based on retinal vessels [J]. Journal of Clinical and Experimental Medicine, 2015, 14(22): 1921-1923.
- [2] 刘海坤, 王健, 杨嵩, 等. 基于深度学习和二维高斯拟合的视网膜血管管径测量方法[J]. 中国医学物理学杂志, 2019, 36(2): 171-179. Liu HK, Wang J, Yang S, et al. Retinal vessel diameter measurement based on depth learning and two-dimensional Gaussian fitting [J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2019, 36(2): 171-179.
- [3] Thangaraj S, Periyasamy V, Balaji R. Retinal vessel segmentation using neural network [J]. IET Image Processing, 2018, 12(5): 669-678.
- [4] Lie WG, Sim DA, Keane PA, et al. Diabetic macular ischaemia is associated with narrower retinal arterioles in patients with type 2 diabetes [J]. Acta Ophthalmol, 2015, 93(1): 45-51.
- [5] 李春艳, 徐力. 糖尿病视网膜血管管径的研究进展[J]. 医学综述, 2015, 25(17): 3173-3176. Li CY, Xu L. Research progress of diabetic retinal vascular caliber [J]. Medical Recapitulate, 2015, 25(17): 3173-3176.
- [6] Guedri H, Ben Abdallah M, Echouchene F, et al. Novel computerized method for measurement of retinal vessel diameters [J]. Biomedicines, 2017, 5(2): 12-28.
- [7] Tavakoli M, Mehdizadeh A, Pourreza Shahri R, et al. Unsupervised automated retinal vessel segmentation based on Radon line detector and morphological reconstruction [J]. IET Image Processing, 2021, 15: 1484-1498.
- [8] Grzybowski A, Brona P, Lim G, et al. Artificial intelligence for diabetic retinopathy screening: a review [J]. Eye, 2020, 34(3): 451-460.
- [9] Ueno Y, Iwase T, Goto K, et al. Association of changes of retinal vessels diameter with ocular blood flow in eyes with diabetic retinopathy [J]. Sci Rep, 2021, 11(1): 1-12.
- [10] Li X, Wee WG. Retinal vessel detection and measurement for computer-aided medical diagnosis [J]. J Digital Imaging, 2014, 27(1): 120-132.
- [11] Fathi A, Naghsh-Nilchi AR. Automatic wavelet-based retinal blood vessels segmentation and vessel diameter estimation [J]. Biomed Signal Proces, 2013, 8(1): 71-80.
- [12] Asl ME, Koohbanani NA, Frangi AF, et al. Tracking and diameter estimation of retinal vessels using Gaussian process and Radon transform [J]. J Med Imaging, 2017, 4(3): 034006.
- [13] 姚畅, 陈后金. 一种基于先验知识的视网膜血管宽度测量方法 [J]. 中国科技论文在线, 2009, 4(1): 64-68. Yao C, Chen HJ. Measurement of retinal vessel widths based on prior knowledge [J]. China Sci-tech Paper Online, 2009, 4(1): 64-68.
- [14] Lowell J, Hunter A, Steel D, et al. Quantitative measurement of retinal vessel widths from fundus images based on 2D modelling [J]. IEEE Trans Med Imaging, 2004, 23(10): 1196-1204.
- [15] Gao X, Bharath A, Stanton A, et al. A method of vessel tracking for vessel diameter measurement on retinal images [C]//Proceedings 2001 International Conference on Image Processing (Cat. No. 01CH37205).

- IEEE, 2001: 881-884.
- [16] Aliahmad B, Kumar DK, Janghorban S, et al. Retinal vessel diameter measurement using multi-step regression method[C]//2012 ISSNIP Biosignals and Biorobotics Conference: Biosignals and Robotics for Better and Safer Living (BRC). IEEE, 2012: 1-4.
- [17] Lupășcu CA, Tegolo D, Trucco E. Accurate estimation of retinal vessel width using bagged decision trees and an extended multiresolution Hermite model[J]. Med Image Anal, 2013, 17(8): 1164-1180.
- [18] Ddelibasis KK, Kechriniotis AI, Tsonos C, et al. Automatic model-based tracing algorithm for vessel segmentation and diameter estimation[J]. Comput Meth Prog Biomed, 2010, 100(2): 108-122.
- [19] Jia D, Zhuang X. Learning-based algorithms for vessel tracking: a review[J]. Comput Med Imaging Graph, 2021, 89: 101840.
- [20] 肖志涛, 崔宁, 吴骏, 等. 基于Hesse 矩阵和多尺度分析的视网膜动静脉血管管径测量方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(11): 2871-2878.
- Xiao ZT, Cui N, Wu J, et al. Measurement of retinal diameters of artery and vein based on Hesse matrix and multi-scale analysis[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2016, 38(11): 2871-2878.
- [21] Staal J, Abramoff MD, Niemeijer M, et al. Ridge-based vessel segmentation in color images of the retina[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2004, 23(4): 501-509.
- [22] Hoover AD, Kouznetsova V, Goldbaum M. Locating blood vessels in retinal images by piecewise threshold probing of a matched filter response[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2000, 19(3): 203-210.
- [23] Zhang J, Li H, Nie Q, et al. A retinal vessel boundary tracking method based on Bayesian theory and multi-scale line detection[J]. Comput Med Imaging Graph, 2014, 38(6): 517-525.
- [24] 薛岚燕, 曹新容, 林嘉雯, 等. 动静脉血管自动分类方法及其管径测量[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(9): 2307-2316.
- Xue LY, Cao XR, Lin JW, et al. Artery/vein automatic classification in retinal images and vessel diameter Measurement [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(9): 2307-2316.
- [25] Gnanaselvi JA, Kalavathy GM. Detecting disorders in retinal images using machine learning techniques[J]. J Amb Intell Hum Comp, 2021, 12(5): 4593-4602.

(编辑:谭斯允)