

基于非线性估计的CBCT几何标定算法

尹朋飞¹, 冯汉升², 李实², 杨洋²

1. 安徽大学电气工程与自动化学院, 安徽 合肥 230601; 2. 中国科学院等离子体物理研究所, 安徽 合肥 230031

【摘要】针对传统的几何标定算法由标定模体位姿误差导致的CBCT成像系统参数标定精度不高的问题,提出一种基于解析几何和非线性优化的CBCT几何标定算法。首先,设计一种插帧追踪的方法,提取特征点的坐标,使得标定模体与投影图像中的特征点实现一一对应。然后,利用投影图片与设计的标定模体之间的空间几何关系,计算相关参数。最后,对检测的特征点进行非线性估计,进一步提高几何参数的计算精度。仿真数据实验表明,本文算法能够较为精确地计算出CBCT成像系统的几何参数,并在标定模体出现位姿偏差时仍然保持较高的计算精度。通过非线性估计模型,本文所提出的算法突破了现有算法标定模体位于等中心点的限制,提高了CBCT成像系统中参数标定的精度。

【关键词】锥形束计算机断层扫描;几何标定;非线性优化

【中图分类号】R318;TP391.4

【文献标志码】A

【文章编号】1005-202X(2020)10-1230-07

CBCT geometric calibration algorithm based on nonlinear estimation

YIN Pengfei¹, FENG Hansheng², LI Shi², YANG Yang²

1. School of Electrical Engineering and Automation, Anhui University, Hefei 230601, China; 2. Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China

Abstract: Due to the posture error of calibration phantom, traditional geometric calibration algorithm has a poor accuracy in the parameter calibration of cone beam computed tomography (CBCT) imaging system. In order to solve the above-mentioned problem, a CBCT geometric calibration algorithm based on analytic geometry and nonlinear optimization is proposed. A tracking method based on frame interpolation is firstly designed to extract the coordinates of feature points, thereby achieving the correspondence between the calibration phantom and the feature points in the projected image. Then the relevant parameters are calculated based on the spatial relationship between the projected image and the designed calibration phantom. Finally, the nonlinear estimation of the detected feature points is carried out to further improve the accuracy of geometric parameter calculation. The simulation results verified that the proposed algorithm can accurately calculate the geometric parameters of CBCT imaging system, and maintain a high calculation accuracy even when the posture error is occurred during phantom calibration. Based on the proposed nonlinear estimation model, the proposed method overcomes the limitation of the existing algorithm in which calibration phantom needs to be located at the isocenter and improves the accuracy of parameter calibration in CBCT imaging system.

Keywords: cone beam computed tomography; geometric calibration; nonlinear optimization

前言

在现今临床医疗中,病人的三维模型扮演着重要的角色。利用多幅病人的断层图像重建出可靠的三维模型已成为当今时代常规方法之一。重建成功

的关键在于锥形束计算机断层成像技术(Cone Beam Computed Tomography, CBCT)的成像质量以及图像采集系统几何参数的精度^[1]。为了避免在重建中出现严重的伪影、偏差,需要在图像重建阶段之前或期间对重建进行矫正^[2-3]。在此之前已经存在很多研究,通过特定的几何关系和测量点状物体的位置估计投影矩阵和几何参数,如SPECT中的小辐射点源或CT中的小钢球^[4]。若要精确地描述整个系统的几何关系或应用其中的几何信息,计算完整的几何参数与投影矩阵法相比有着不可取代的优势^[5]。于是常见的迭代方法为加入不同的惩罚项,将标定参数

【收稿日期】2020-03-20

【基金项目】中科院合肥物质科学研究院“十三五”规划重点支持项目(KP-2017-24)

【作者简介】尹朋飞,在读硕士,研究方向:图像处理,E-mail: 596712615@qq.com

【通信作者】冯汉升,博士,研究员,主要从事质子治疗系统研究,E-mail: hsfeng@ipp.ac.cn

从初始值迭代估计直至符合测量结果值为止^[6-8]。此类方法对噪声有着较好的鲁棒性,但是在收敛迭代中经常出现问题且对初始化条件、测量点的数目以及不同的参数变量都很敏感,因此当先验条件不足或不够精确时就容易产生较大的误差。

很多研究提出对测量点进行360°投影测量,综合所有数据追踪同一测量点形成的椭圆,利用几何数学分析的方法计算出相应的参数^[9-12]。最近也有研究提出,通过参考特定的模体,在图像采集的同时计算需要的参数^[13-14]。但此方法有着诸多限制,对于要求固定标定模体而旋转CT系统的情况将不再完全适用。为适应不同场景需求,本文设计的标定算法适用于治疗床固定,旋转X射线及投影平板,为质子治疗系统提供较高的精度要求。本文设计特殊的标定模体,建立不同坐标系并使用相应的解析方法,结合迭代估计的方法可较为精确地计算出成像系统的所有几何参数,并以此为校准参数,使用Feldkamp-Davis-Kress(FDK)重建算法实现CBCT图像重建^[15-16]。

1 CBCT系统与模型

CBCT系统由治疗床和旋转机架组成,其中旋转机架的主要模块为X射线源和平板探测器,整体结构如图1所示。设计1.3部分所述标定模体,旋转机架

绕过等中心点的旋转轴匀速旋转360°,投影出符合要求的多帧投影图片。仿真标定实验使用Matlab实现,真实标定和重建使用C++实现。

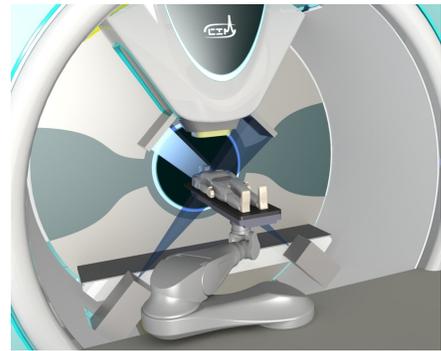


图1 CBCT系统结构概念图

Fig.1 CBCT system structure concept map

1.1 CBCT坐标系定义

在CBCT系统中,本文定义了3个坐标系以描述CBCT几何结构,分别是以模体中心为中心的世界坐标系 (x^w, y^w, z^w) 、虚拟探测器坐标系 (x^i, y^i, z^i) 、真实探测器坐标系 (x^l, y^l, z^l) ,其中 $P_s(x_s, y_s, z_s)$ 为射线源位置, $P_s^i(X_s^i, Y_s^i, Z_s^i)$ 、 $P_s^w(X_s^w, Y_s^w, Z_s^w)$ 、 $P_s^l(X_s^l, Y_s^l, Z_s^l)$ 分别表示射线源在虚拟平板坐标系、体模坐标系以及真实平板坐标系下的坐标。建立如图2所示坐标系。

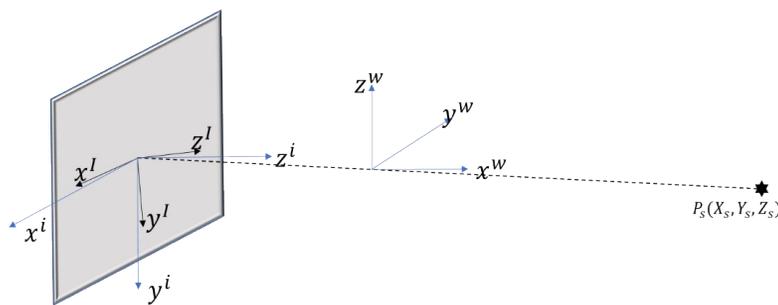


图2 系统几何坐标系

Fig.2 System geometry coordinate system

1.2 CBCT几何参数定义

真实平板探测器和虚拟平板探测器存在面内转角和面外夹角,本文以 θ 、 Φ 、 η 表示CBCT系统中真实平板探测器相对于虚拟平板探测器的旋转角度。如图3所示,定义绕X轴旋转角度为 θ ,定义绕Y轴旋转角度为 Φ ,绕Z轴旋转角度为 η 。

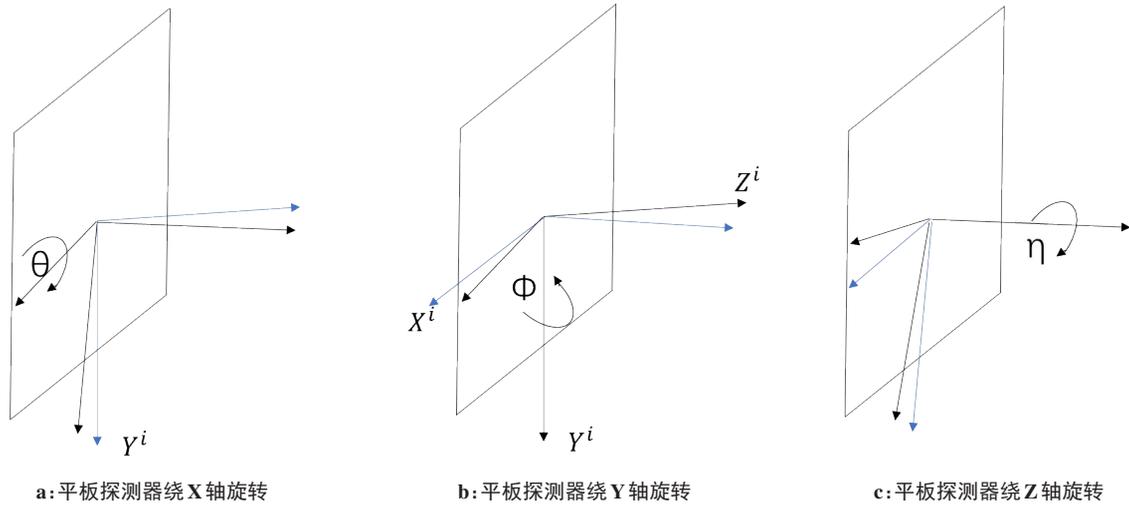
结合夹角计算顺序,存在旋转矩阵:

$$R_i^l = \begin{bmatrix} \cos \Phi \cos \eta + \sin \Phi \sin \theta \sin \eta & \cos \theta \sin \eta & -\sin \Phi \cos \eta + \cos \Phi \sin \theta \sin \eta \\ -\sin \eta \cos \Phi + \sin \Phi \sin \theta \cos \eta & \cos \theta \cos \eta & \sin \Phi \cos \eta + \cos \Phi \sin \theta \cos \eta \\ \sin \Phi \cos \theta & -\sin \theta & \cos \Phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, R_i^l 表示虚拟探测器坐标系*i*到真实探测器坐标系*l*的旋转矩阵。

1.3 标定模体设计

标定模体是连接各个坐标系的纽带,较高的模体设计工艺是CBCT标定准确的前提。特殊结构的标定模体也是建立纽带的基础。本文设计的标定模体结构如图4所示,由24个钢球组成的上下两个环型结构,每个圆环半径为115 mm,封装在一个中空的丙烯酸材质圆柱体中。每个圆环包含12个钢球,每个钢球半径为2.5 mm。两环的间距为210 mm。系统标定时,模体通过激光校准使之尽可能置于CBCT系统等中心点,圆环中心连线与旋转轴平



a: 平板探测器绕 X 轴旋转

b: 平板探测器绕 Y 轴旋转

c: 平板探测器绕 Z 轴旋转

图3 平板探测器夹角

Fig.3 Flat detector angle

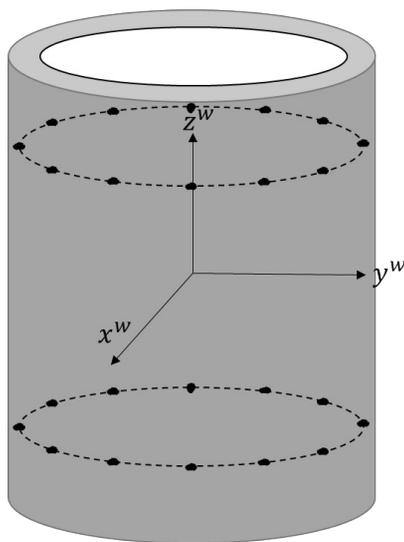


图4 标定模体结构

Fig.4 Calibration phantom structure

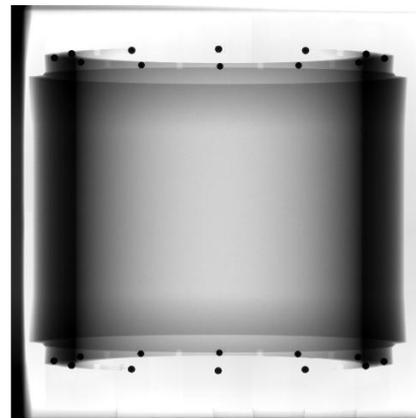


图5 实际投影图像

Fig.5 Actual projected image

行。通过传统的全扇 CBCT 扫描,获得标定模体的投影图像。

2 几何解析与算法原理

2.1 图像预处理

实际投影图像如图 5 所示,圆筒型设计降低了边缘的穿透性,出现干扰检测的黑边,为此需要做图像预处理操作。图像预处理后,以检测到的黑点中心作为对应钢球球心的投影坐标。令模体中心为世界坐标系中心,模体上下中心连线为 Z 轴,X 射线源方向为世界坐标系 X 轴大致方向。利用不同物质穿透性的差异,获得 24 个钢球的投影图像。

圆环投影后将形成上下两个点状椭圆结构,依次找到投影图像中钢球中心的投影点并连接上下椭

圆中相互对应的投影点,交点即为模体中心的投影位置。以此交点为中心建立坐标系(x^l, y^l, z^l)。以检测到的特征点坐标为基础,对上下两部分坐标进行椭圆拟合^[17],拟合方程表示为:

$$a(x - u_0)^2 + b(y - v_0)^2 + 2c(x - u_0)(y - v_0) = 1 \quad (2)$$

其中, (u_0, v_0) 为椭圆中心坐标, a、b、c 为椭圆拟合方程参数常量。

如图 6 所示,理论上拟合得到上下两个椭圆。椭圆两侧的特征点所在直线以及椭圆长轴所在直线本应相互平行,由于面外转角的存在出现如图 6 所示相交点 $P_\phi(u_\phi, v_\phi)$ 与收敛点 $P_\theta(u_\theta, v_\theta)$ 的情况。其中 P_ϕ 为上下椭圆长轴延长线交点,交点位置与现实平板绕 Y 轴旋转角度有关; P_θ 为上下椭圆最外围 4 个投影点的延长线交点,位置与现实平板绕 X 轴旋转角度有关。

2.2 求解 η 角度

图 7 为真实平板平面和虚拟平板平面的理论结

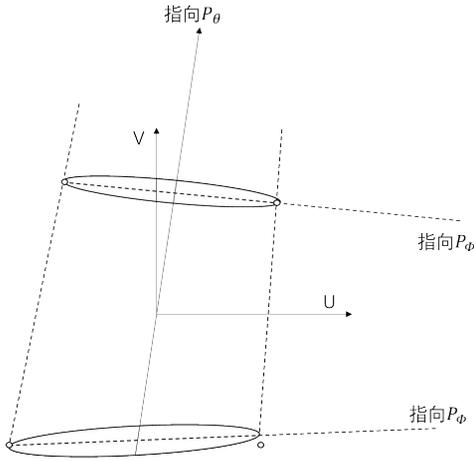


图6 收敛点示意图
Fig.6 Convergence point diagram

构图。 $P_1、P_2$ 分别为两个椭圆中心； P_a 是射线源在虚拟平面的投影点；椭圆长轴所在直线为 $L_1、L_2$ 。

存在几何关系^[18]：

$$\eta = [P_a^1 A(X^i, L_1) + P_a^2 A(X^i, L_2)] / P_1^2 \quad (3)$$

其中， P_a 值可通过式(4)获得。记 P_p^q 表示点 P_p 与点 P_q 之间的距离， $A(p, q)$ 为直线 p 与直线 q 之间的夹角。

$$P_0^a = (P_0^1 \sqrt{a_1/b_1} + P_0^2 \sqrt{a_2/b_2}) / (\sqrt{a_1/b_1} + \sqrt{a_2/b_2}) \quad (4)$$

2.3 求解 θ 和 Φ 角

由上文可知， η 角度计算完成，将图像坐标系绕原点旋转 $-\eta$ 度，得到不存在面内转角的投影图像。 Φ

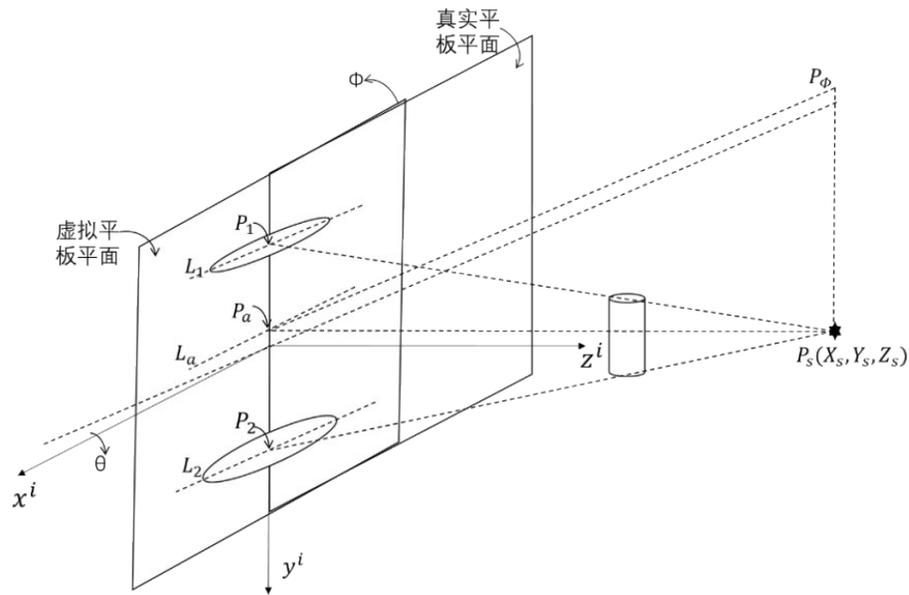


图7 投影示意图
Fig.7 Projection diagram

和 θ 角度的计算使用如下所示^[19-20]：

$$\sin \Phi = -\frac{c_1 \varepsilon_1}{2a_1} + \frac{c_2 \varepsilon_2}{2a_2} \quad (5)$$

$$\varepsilon_k = \frac{Z_s^i a_k \sqrt{a_k}}{\sqrt{a_k b_k + a_k^2 b_k (Z_s^i)^2 - c_k^2}} \quad (6)$$

$$\theta = \sin^{-1} (Z_s^i \cos \Phi / v_\theta) \quad (7)$$

$$Z_s^i = 2rL_1 L_2 / (l(L_2 - L_1)) \quad (8)$$

$$Z_s^i = u_\phi \sin \phi \cos \Phi \quad (9)$$

其中， $k=1,2$ ； $a、b、c$ 为式(2)中椭圆参数； l 为标定模体上下圆环距离， r 为标定模体圆环半径。 Z_s^i 为近似计算，在2.4中提供进一步精确计算。

2.4 非线性估计

依次采集多帧投影图像，定义第一帧为旋转机架起始位置，即初始角度为 0° 。以标定模体为基准，

设旋转机架的旋转角度为 t 。

校准 η 后，真实平板探测器坐标系中存在点 P^b ，使得 $P_s^i = P_0^b \cos \theta$ 成立。 P_0^b 可由式(10)计算得到：

$$P_0^b = (P_0^1 (a_2'/b_2') + P_0^2 (a_1'/b_1')) / ((a_2'/b_2') + (a_1'/b_1')) \quad (10)$$

其中， $a'_k、b'_k$ 分别为椭圆长轴短轴长度， $k=1, 2$ 。

根据投影图像坐标和标定模体坐标在各坐标系下的几何关系可知，射线源在不同坐标下的坐标为：

$$P_s^i = \begin{bmatrix} 0 \\ Y_s^i \\ Z_s^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_0^a \cos \theta \\ Z_s^i \end{bmatrix}$$

$$P_s^w = \begin{bmatrix} X_s^w \\ 0 \\ Z_s^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s^i - Z_d^i \\ 0 \\ (Z_s^i - Z_s^i) Y_s^i / Z_s^i \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$P_s^i = R_i^t P_s^i$$

其中， Z_d^i 可由式(11)近似计算得到^[18]：

$$Z_d^i = Z_s^i(L_1 - l) / L_1 + r \quad (12)$$

除旋转机架的旋转角度以外,其他参数在上文中已经全部计算完成。在实际标定中,模体上下圆环中心连线不一定和CBCT旋转轴重合,也不能保证模体中心恰好位于等中心点,从而导致 Z_s^i 和 Z_d^i 的计算出现误差进而影响整个系统的标定。本文提出非线性估计的方法进一步提高相关参数计算精度。所有特征点以差帧追踪的方法一一对应,每一帧图像包含24个特征点。使用Levenberg-Marquard优化算法对 t, Z_s^i, Z_d^i 进行参数估计^[21]。目标函数为:

$$F_{\min}(t, Z_s^i, Z_d^i) = (f_1^2 + f_2^2) / 2$$

$$\begin{cases} f_1 = X^i(X^w \cos t - Y^w \sin t - X_s^w) - \\ \quad (X^w \sin t + Y^w \cos t)(Z^i - Z_s^i) \\ f_2 = (Y^i - Y_s^i)(X^w \cos t - Y^w \sin t - Z_s^w) - \\ \quad (Z^i - Z_s^i)(Z^w - Z_s^i) \end{cases} \quad (13)$$

迭代优化过程中 Z_s^i, Z_d^i 的初值可由等式(8)和式(12)得到, t 取上一帧计算结果为初值。

2.5 坐标系转换

激光校准与人为摆放的必然误差,使得实际世界坐标系与模体坐标系存在偏差。将世界坐标系重新定义为以等中心点为中心,旋转轴为Z轴,第一帧射线源方向为X轴方向,等中心点坐标为 $O_o^w(X_o^w, Y_o^w, Z_o^w)$ 。在模体坐标系中, P_s^w 的坐标在空间形成一个“薯片装”的圆,圆心即为等中心点,平面单位法向量 r_z 方向即为旋转轴世界坐标系Z轴方向,令X轴方向为第一帧指向射线源方向,其单位向量为 r_x 。

模体所在的坐标系转换到等中心点为中心的世界坐标系的变化矩阵可表示为:

$$T = \begin{bmatrix} r_x & r_z \times r_x & r_z & O_o^w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (14)$$

至此CBCT几何系统中所有坐标之间已经建立联系,以等中心点为参考重新定义虚拟平板坐标系和真实平板坐标系,同时根据欧拉角和旋转矩阵的关系重新修正 θ, Φ, η 的大小以及射线源 P_s 在各个坐标系下的位置。

3 实验结果及分析

3.1 CBCT系统仿真实验

仿真实验设定探测器分辨率为1440×1440;物理尺寸和像素的比值为3/10;射线源到真实平板器的距离(Source to Detector Distance, SDD)为3500mm;射线源到旋转轴的距离(Source to Axis Distance, SAD)为2500mm; θ, Φ, η 分别为0.4°、0.5°和0.6°;等中心点投影位置($u_{\text{offset}}, v_{\text{offset}}$);相对世界坐标系,模体摆放位置坐标在各个方向上的偏差为(1, 2, 3)mm,相对理想位置旋转为(0.1°, 0.2°, 0.3°)。在CT系统扫描过程中,被扫描模体保持静止,射线源和探测器绕旋转轴旋转360°扫描。仿真实验模拟CBCT结构,机架旋转360°并扫描获得360帧投影图像,扫描间隔为1°。

理想状态下平行板探测器旋转角度如图8所示。图8a表示坐标系转换前,以标定模体为参考, θ, Φ, η 角度随CT扫描旋转每一帧的变化曲线;图8b表示坐标系转换后, θ, Φ, η 角度随CT扫描旋转的变化曲线。

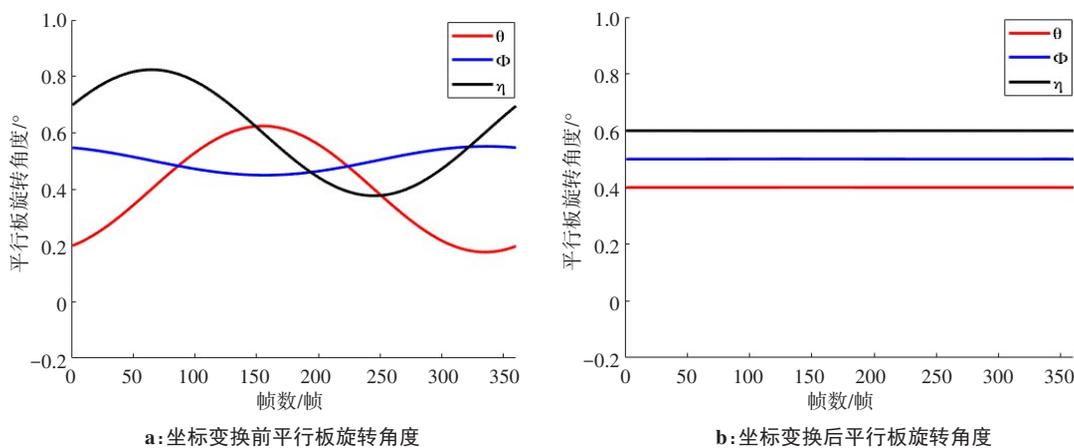


图8 理想状态平行板探测器旋转角度

Fig.8 Parallel plate detector rotation angle under ideal conditions

为进一步检验本文算法可行性,实验数据加入±0.1像素值的随机误差。如图9所示,图9a表示坐标系转换前,以模体为参考的 θ, Φ, η 角度随CT扫描旋转每一帧的变化曲线,图9b表示坐标系转换后、

Φ, η 角度随CT扫描旋转的变化曲线。噪声的加入对 η 几乎无影响,但是 θ, Φ 出现震荡性误差。在CBCT重建阶段中,对于 θ, Φ, η 的校准, η 角度的准确性起主导作用。

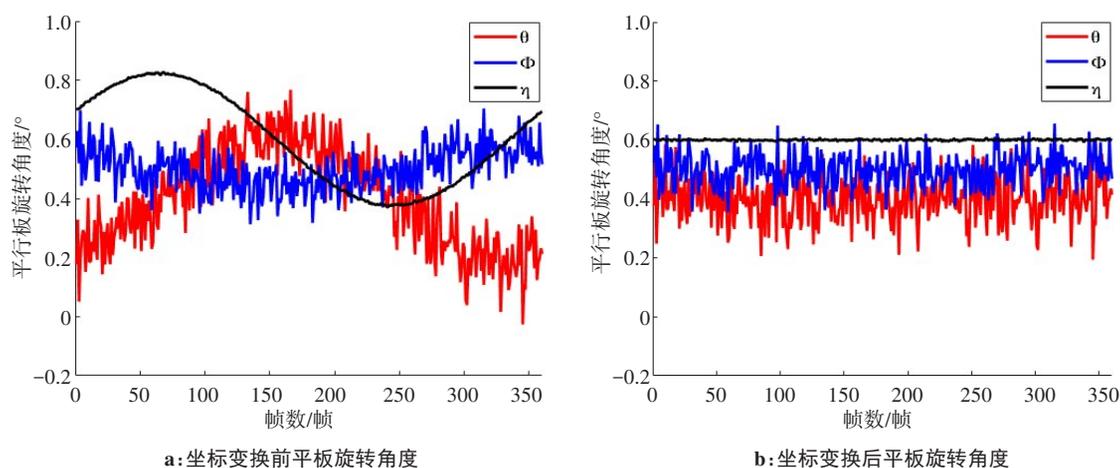


图9 加入噪声后平行板探测器旋转角度

Fig.9 Noisy parallel plate detector rotation angle

为验证计算结果准确性,以 $E = \sum |计算值 - 理论值|$ 作为误差判断依据,加入的噪声为 ± 0.1 像素值随机误差。令标定模体位于等中心点且无任何偏差。仿真结果如表1所示。

表1 标定模体无任何偏差仿真实验结果

Tab.1 Simulation results of calibration phantom without any posture error

误差	文献[19]算法	本文算法	文献[19]算法+噪声	本文算法+噪声
E(SDD)/mm	0.412	0.325	3.707	3.244
E(SAD)/mm	1.187×10^{-4}	3.091×10^{-6}	0.140	0.121
$E(u_{offset})/Pixel$	3.401×10^{-6}	3.401×10^{-6}	0.186	0.205
$E(v_{offset})/Pixel$	3.267×10^{-4}	3.267×10^{-4}	0.022	0.022

在实际应用中,模体摆放与理想位置必然存在偏差。模体中心相对于世界坐标系在各个方向上存在偏差,取偏差大小为(1, 2, 3) mm;标定模体相对理想位置存在旋转,取旋转角度为(0.1°, 0.2°, 0.3°)。仿真结果如表2所示。

表2 标定模体存在偏差的仿真实验结果

Tab.2 Simulation results of calibration phantom with posture errors

误差	文献[19]算法	本文算法	文献[19]算法+噪声	本文算法+噪声
E(SDD)/mm	0.608	0.325	1.306	0.942
E(SAD)/mm	3.748×10^{-3}	1.086×10^{-4}	0.113	0.086
$E(u_{offset})/Pixel$	0.193	0.027	0.330	0.202
$E(v_{offset})/Pixel$	0.040	0.039	0.059	0.059

由表1和表2可知,当标定模体位姿为理想状态下,本文算法总体上优于文献[19]算法。当标定模体出现位姿偏差时,文献算法与本文算法标定误差都有所增大,相较而言,本文算法误差明显低于文献[19]算法,一定程度上满足现实应用需求。

3.2 真实标定实验

实际测试使用搭建的CBCT测试平台,本文算法进行CBCT系统标定后,对Catphan500测试模体进行重建,使用RTK(Reconstruction Toolkit, <http://www.openrtk.org>) 开源库中的重建算法。如图10所示,图10a为参数标定前重建Catphan500三维图像中的其中一层,图10b为使用本文算法参数标定后的重建结果。

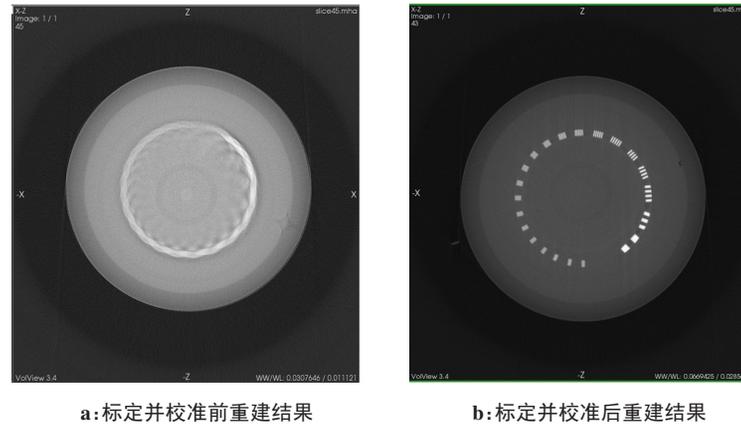


图10 重建结果对比

Fig.10 Comparison of reconstruction results before and after calibration

4 结论

本文主要提出测量点迭代优化的方式,对现有参数计算算法在CBCT系统中的不足进行补充,同时修改部分参数计算公式。由仿真实验结果可知,在没有噪声情况下该算法精确计算所有参数;改善了现有方法在模体摆放要求上的不足,突破现有算法要求标定模体位于等中心点的限制。从真实数据重建结果得到,本文算法标定后并校准可得到较为清晰的重建图像。本文算法标定出平行板探测器和世界坐标系下的几何关系,标定结果达到CBCT重建的精度要求。由仿真实验可知本文算法对投影图像检测有较高要求,同时在实际应用中应避免旋转过程中的机械抖动,可在此方面做进一步研究。

【参考文献】

- [1] SCHWARTZ J G, NEUBAUER A M, FAGAN T E, et al. Potential role of three-dimensional rotational angiography and C-arm CT for valvular repair and implantation[J]. *Int J Cardiovasc Imaging*, 2011, 27(8): 1205-1222.
- [2] SNOEREN R M, KROON J N, WITH P H. Image quality analysis of vibration effects in C-arm flat panel X-ray imaging[C]//International Congress on Image and Signal Processing. IEEE, 2011: 1716-1722.
- [3] KYRIAKOU Y, LAPP R M, HILLEBRAND L, et al. Simultaneous misalignment correction for approximate circular cone-beam computed tomography[J]. *Phys Med Biol*, 2008, 53(22): 6267-6289.
- [4] LI X H, ZHANG D, LIU B. A generic geometric calibration method for tomographic imaging systems with flat-panel detectors-a detailed implementation guide[J]. *Med Phys*, 2010, 37(7): 3844-3854.
- [5] FAHRIG R, MOREAU M, HOLDSWORTH D W. Three-dimensional computed tomographic reconstruction using a C-arm mounted XRRI: correction of image intensifier distortion[J]. *Med Phys*, 1997, 24(7): 1097-1106.
- [6] CHEN M Y, XI Y, CONG W X, et al. X-ray CT geometrical calibration via locally linear embedding[J]. *J Xray Sci Technol*, 2016, 24(2): 241-256.
- [7] XIAO Z, LIU X, REN Q, et al. Rotation center calibration of CT system based on geometric analysis and iterative correction[C]. 2018 International Conference on Information Systems and Computer Aided Education. IEEE, 2018: 112-117.
- [8] WANG C, ZENG L, ZHANG L, et al. An adaptive iteration reconstruction method for limited-angle CT image reconstruction[J]. *J Inverse Ill-posed P*, 2018, 26(6): 771-787.
- [9] NOO F, CLACKDOYLE R, MENNESSIER C, et al. Analytic method based on identification of ellipse parameters for scanner calibration in cone-beam tomography[J]. *Phys Med Biol*, 2000, 45(11): 3489-3508.
- [10] SMEKAL L V, KACHELRIESS M, STEPINA E, et al. Geometric misalignment and calibration in cone-beam tomography[J]. *Med Phys*, 2004, 31(12): 3242-3266.
- [11] YANG K, KWAN A L, MILLER D W F, et al. A geometric calibration method for cone beam CT systems[J]. *Med Phys*, 2006, 33(6): 1695-1706.
- [12] 仇庆, 闫士举. 一种混合CBCT成像系统标定方法[J]. *中国医学影像技术*, 2014, 30(1): 111-116.
- [13] QIU Q, YAN S J. A hybrid calibration method for CBCT imaging system[J]. *Chinese Journal of Medical Imaging Technology*, 2014, 30(1): 111-116.
- [14] OUADAH S, STAYMAN J W, GANG G J, et al. Self-calibration of cone-beam CT geometry using 3D-2D image registration[J]. *Phys Med Biol*, 2016, 61(7): 2613-2632.
- [15] GAASBEEK R, VAN DER MAAS R, DEN HARTOG M, et al. Image-based estimation and nonparametric modeling: towards enhanced geometric calibration of an X-ray system[C]. 2015 IEEE Conference on Control Applications (CCA). IEEE, 2015: 1063-1068.
- [16] LEESER M, MUKHERJEE S, BROCK J. Fast reconstruction of 3D volumes from 2D CT projection data with GPUs[J]. *BMC Res Notes*, 2014, 7(1): 582.
- [17] MUKHERJEE S, MOORE N, BROCK J, et al. CUDA and OpenCL implementations of 3D CT reconstruction for biomedical imaging[C]. 2012 IEEE Conference on High Performance Extreme Computing. IEEE, 2012: 1-6.
- [18] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses[J]. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 1999, 21(5): 476-480.
- [19] CHO Y, MOSELEY D J, SIEWERDSEN J H, et al. Accurate technique for complete geometric calibration of cone-beam computed tomography systems[J]. *Med Phys*, 2005, 32(4): 968-983.
- [20] FORD J C, ZHENG D, WILLIAMSON J F. Estimation of CT cone-beam geometry using a novel method insensitive to phantom fabrication inaccuracy: implications for isocenter localization accuracy[J]. *Med Phys*, 2011, 38(6): 2829-2840.
- [21] NOO F, CLACKDOYLE R, MENNESSIER C, et al. Analytic method based on identification of ellipse parameters for scanner calibration in cone-beam tomography[J]. *Phys Med Biol*, 2000, 45(11): 3489-3508.
- [22] TRANSTRUM M K, SETHNA J P. Improvements to the Levenberg-marquardt algorithm for nonlinear least-squares minimization[J]. *arXiv*, 1201.5885, 2012.

(编辑:薛泽玲)