

## 基于小波包变换的癫痫脑电棘波检测

朱宁宁<sup>1</sup>, 李皓<sup>1</sup>, 邓小乔<sup>1</sup>, 于明<sup>2</sup>, 李效龙<sup>1</sup>

1. 江苏科技大学电子信息学院, 江苏 镇江 212000; 2. 江苏大学附属医院神经内科, 江苏 镇江 212000

**【摘要】**为了能够较好地实现癫痫患者脑电的棘波检测,提出一种将棘波物理特征(幅度、频率)和小波包变换结合的算法,用于癫痫患者脑电信号的棘波检测。首先利用小波包变换对癫痫脑电信号进行小波包分解,将脑电波频率(0~30 Hz)划分为3层;其次根据脑电波的频率范围重构第三层节点频率 $S(3, 0)$ (0~10.85 Hz)、 $S(3, 1)$ (10.85~21.7 Hz)、 $S(3, 2)$ (21.7~32.55 Hz)的脑电信号;最后取棘波的幅度作为检测阈值分别提取癫痫患者健康期、癫痫发作间期及癫痫发作期的棘波。实验结果证明,当数据的采样频率为173.61 Hz、信号长度为23.6 s时,该算法能够提取不同癫痫患者在不同时期的棘波信号,该算法棘波的误检率为12.02%、漏检率为11.70%。因此,本文所采用的算法在癫痫棘波检测中具有良好的效果。

**【关键词】**癫痫棘波检测;小波包变换;信号重构;漏检率;误检率

**【中图分类号】**R318

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2020)11-1428-08

## Detection of epileptic spikes in EEG based on wavelet packet transform

ZHU Ningning<sup>1</sup>, LI Hao<sup>1</sup>, DENG Xiaoqiao<sup>1</sup>, YU Ming<sup>2</sup>, LI Xiaolong<sup>1</sup>

1. School of Electronics and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212000, China; 2. Department of Neurology, Affiliated Hospital of Jiangsu University, Zhenjiang 212000, China

**Abstract:** An algorithm combining the physical characteristics (amplitude, frequency) of spikes and wavelet packet transform is proposed for better the spike detection in the electroencephalogram (EEG) signals of epilepsy patients. Firstly, wavelet packet transform is used to decompose the epilepsy EEG signals by wavelet packet decomposition the EEG frequency (0-30 Hz) into 3 layers. Secondly, the third layer node frequencies of  $S(3, 0)$  (0-10.85 Hz),  $S(3, 1)$  (10.85-21.70 Hz),  $S(3, 2)$  (21.70-32.55 Hz) are reconstructed according to the frequency range of EEG signals. Finally, the spike amplitude is taken as the detection threshold to extract the epileptic spikes in healthy period and the intermittent period between epilepsy attacks, and during epilepsy attacks. The experimental results show that when the sampling frequency of the data is 173.61 Hz and the signal length is 23.6 s, the algorithm can extract the spike signals of different epilepsy patients in different periods, and that the rates of false detection and missed detection of the proposed algorithm are 12.02% and 11.70%. The proposed algorithm has a good performance in the detection of epileptic spikes.

**Keywords:** epileptic spike detection; wavelet packet transform; signal reconstruction; missed detection rate; false detection rate

### 前言

癫痫是多种病因引起的慢性脑功能障碍综合征,主要是由大脑神经细胞群反复超同步放电而引起的,具有突发性和短暂性脑功能障碍等特点,会引起患者认知功能损害和情绪障碍。癫痫患者脑电信

号中会出现棘波、尖波、棘慢复合波、尖慢复合波等异常波形。由于棘波幅度大、电位短、垂直上升和下降等瞬态特征,使得癫痫脑电信号中棘波的检测具有临床诊断意义。常见的棘波波形多为负相棘波,有时也为正相棘波,还有双相、三相棘波等,具体波形如图1所示<sup>[1]</sup>。

目前常用的癫痫发作检测算法有形态成分分析<sup>[2]</sup>、独立分量分析<sup>[3]</sup>、小波变换<sup>[4]</sup>、希尔伯特黄变换<sup>[5]</sup>、频率小波变换和支持向量机<sup>[6]</sup>、递归量化分析与支持向量机<sup>[7]</sup>、非矩阵分解<sup>[8]</sup>、奇异值分解<sup>[9]</sup>、深度卷积网络<sup>[10]</sup>、改进遗传算法<sup>[11]</sup>、稀疏表示<sup>[12-16]</sup>等。

癫痫发作检测要求脑电信号在特定的时间段或频率段有尽可能高的频率或时间分辨率,同时要求

**【收稿日期】**2020-04-15

**【基金项目】**国家自然科学基金(61671221);江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX19\_1685)

**【作者简介】**朱宁宁,硕士研究生,研究方向:生物医学信号处理, E-mail: 172030023@stu.just.edu.cn

**【通信作者】**李效龙,副教授,硕士生导师,研究方向:微电子与生物医学信号处理, E-mail: lixiaolong@just.edu.cn

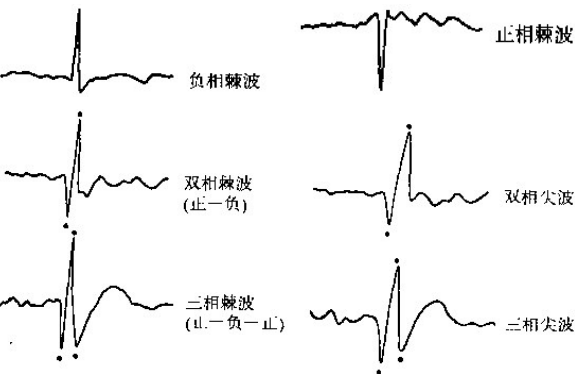


图 1 不同形态结构的棘波  
Fig.1 Spikes of different morphological structures

较高的棘波检出率以提高检测准确率。本文结合小波包变换可以多层次划分信号频带,对癫痫脑电信号进行3层小波包分解得到每层的脑电波频率带,然后重构脑电频率范围内关键节点频率的癫痫脑电信号,最后再结合棘波的幅度特征提取出癫痫患者在不同时期的棘波。

1 棘波检测算法

1.1 棘波检测步骤

小波包变换不仅可以很好地表征以低频信息为主要成分的癫痫脑电信号,还能够对信号高频部分进行更精细的分解,并且可以依据信号特点自适应的选择对应的频带,使得信号的频带与频谱相匹配,从而提高信号的时频分辨率,因此是一种适用于癫痫脑电棘波检测的信号分析方法。采用小波包变换的棘波检测算法流程如图2所示。

1.1.1 癫痫脑电信号频带划分 实验数据的采样频率为173.61 Hz,信号长度为23.6 s。根据奈奎斯特采样定理可知,信号的采样频率范围为0~86.80 Hz。对采集的癫痫脑电信号进行三层小波包分解得到脑电信号的频带划分,具体如表1所示。

1.1.2 重构特定节点频率的脑电信号 从表1可以看出,第三层小波包分解把采集的癫痫信号进行了更细致的分解。由于大部分脑电信号的频率范围在0~30 Hz,因为表1中节点S(3, 0)、S(3, 1)、S(3, 2)包含了所有脑电波的频率,也包括要提取的棘波频率,因此只需重构节点S(3, 0)、S(3, 1)、S(3, 2)即能够最大程度上得到所要提取的癫痫患者棘波信号。

三层小波包分解如图3所示,小波包变换中的每一层信号都被分解成低频和高频部分<sup>[17]</sup>。例如信号S经过三层小波包分解之后可以表示为:

$$S = S(3, 0) + S(3, 1) + S(3, 2) + S(3, 3) + S(3, 4) + S(3, 5) + S(3, 6) + S(3, 7)$$

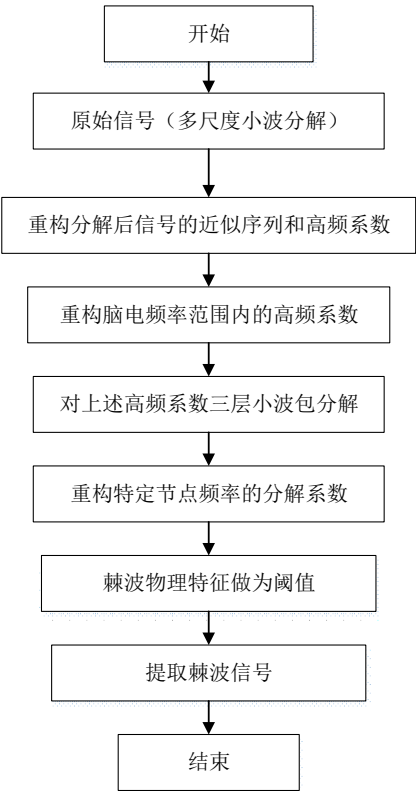


图 2 棘波检测流程图  
Fig.2 Flowchart of epileptic spike detection

表 1 基于小波包分解的脑电信号频带划分  
Tab.1 Electroencephalogram (EEG) signal frequency division based on wavelet packet decomposition

分解层数	小波包系数	频率范围/Hz
第一层分解	S(1, 0)	0~43.40
	S(1, 1)	43.40~86.80
第二层分解	S(2, 0)	0~21.70
	S(2, 1)	21.70~43.40
	S(2, 2)	43.40~65.10
	S(2, 3)	65.10~86.80
第三层分解	S(3, 0)	0~10.85
	S(3, 1)	10.85~21.70
	S(3, 2)	21.70~32.55
	S(3, 3)	32.55~43.00
	S(3, 4)	43.00~54.25
	S(3, 5)	54.25~65.10
	S(3, 6)	65.10~75.95
	S(3, 7)	75.95~86.80

可见,信号S经过三层小波包分解后的子频带包含了原信号所有的细节频率信息。

1.1.3 棘波检测阈值选取 棘波具有的明显的物理特

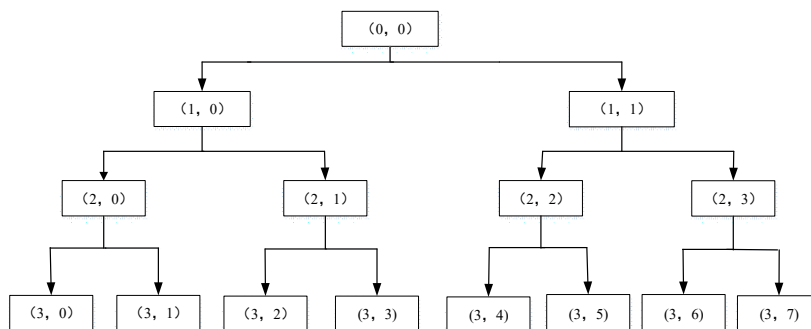


图3 三层小波包分解树结构图

Fig.3 Diagram of 3-layer wavelet packet decomposition tree

征<sup>[18]</sup>,其中时限为1/50~1/14 s,放入脑电图测量尺14 Hz的刻度内则为20~70 ms,幅度多为100~200  $\mu\text{V}$ 。本文采用小波包变换对节点S(3, 0)、S(3, 1)、S(3, 2)的脑电信号进行重构后,选择棘波信号的幅度作为阈值进行癫痫脑电棘波的提取。

### 1.2 小波包变换分解和重构

对脑电信号 $f(t) \in L^2(R)$ ,设它的小波分解为:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} f_j(t) \quad (1)$$

$f_j(t) \in W_j$ 的小波级数为:

$$f_j(t) = \sum_i d_i^j \Psi(2^j t - l) \quad (2)$$

其中, $\{d_i^j\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 就是信号 $f(t)$ 在分辨率 $j$ 时的小波分解系数。

根据文献[19]给出的定理,对于每个 $j=1,2,\dots$ 有:

$$\begin{cases} W_j = U_{j-1}^2 \oplus U_{j-1}^3 \\ W_j = U_{j-2}^4 \oplus U_{j-2}^5 \oplus U_{j-2}^6 \oplus U_{j-2}^7 \\ \dots \\ W_j = U_{j-k}^{2^k} \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}} \int \dots \oplus U_{j-k}^{2^{k+1}-1} \\ \dots \\ W_j = U_0^{2^k} \oplus U_0^{2^{k+1}} \int \dots \oplus U_0^{2^{k+1}-1} \end{cases} \quad (3)$$

进而,对于每个 $m=0,1,\dots,2^k-1, k=1,2,\dots, j$ 和 $j=2,\dots$ 函数族,有:

$$\left\{ 2^{\frac{j-k}{2}} \omega_{2^k+m} (2^{j-k} t - l) \right\}_{l \in \mathbb{Z}} \quad (4)$$

其中,式(4)是 $U_{j-k}^{2^{k+m}}$ 的一个正交基。小波包实现了对正补空间 $W_j$ 的正交分解。

对于正交小波包,根据文献[19]给出的定理, $\forall k(1 \leq k \leq j)$ 和 $m(0 \leq m \leq 2^k-1), f_j(t) \in W_j$ 可以进一步分解成小波包分量 $f_{j-k}^n$ 的正交和,即:

$$f_j(t) = \sum_{m=0}^{2^k-1} f_{j-k}^n(t), n = 2^k + m \quad (5)$$

其中, $f_{j-k}^n(t)$ 有以下关系:

$$f_{j-k}^n(t) \in U_{j-k}^n \quad (6)$$

$$f_{j-k}^n(t) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} d_l^{j-k,n} \omega_n(2^{j-k} t - l) \quad (7)$$

其中,系数 $\{d_l^{j-k,n}\}$ 称为信号 $f(t)$ 在分辨率为 $j-k$ 时的正交小波包分解系数。因此,由式(1)得信号 $f(t)$ 的正交小波包级数,即:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^0 f_j(t) + \sum_{j=1}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2^k-1} f_{j-k}^n(t), 1 \leq k \leq j \quad (8)$$

令 $k=0$ ,则由式(6)可得 $f_j^n(t) \in U_j^n$ ,式(5)可改写为:

$$f_j^n(t) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} d_l^{j,n} \omega_n(2^j t - l) \quad (9)$$

由式 $U_j^{2n} \oplus U_j^{2n+1} = U_{j+1}^{2n}, f_{j+1}^n(t)$ 可分解为 $f_j^{2n}(t)$ 和 $f_j^{2n+1}(t)$ ,再用分解关系式:

$$\omega_n(2^{j+1} t - m) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \{ h_{m-2k} \omega_{2n}(2^j t - k) + g_{m-2k} \omega_{2n+1}(2^j t - k) \}$$

可得到由小波包分解系数 $\{d_l^{j+1,n}\}$ 求 $\{d_l^{j,2n}\}$ 与 $\{d_l^{j,2n+1}\}$ 的正交小波包分解递推算法:

$$d_l^{j,2n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{k-2l} d_k^{j+1,n} \quad (10)$$

$$d_l^{j,2n+1} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_{k-2l} d_k^{j+1,n} \quad (11)$$

正交小波基定义:令 $\omega_n(t)$ 满足下列尺度方程:

$$\begin{cases} \omega_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \omega_n(2t - k) \\ \omega_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \omega_n(2t - k) \end{cases} \quad (12)$$

其中, $n=0,1,2,\dots$ ,系数序列 $\{h_n\}$ 和 $\{g_n\}$ 仍满足下列关系:

$$\begin{cases} \sum h_{n-2k} h_{n-2l} = \delta_{k,l} \\ \sum h_n = \sqrt{2} \\ g_n = (-1)^n h_{1-n} \end{cases} \quad (13)$$

由式(12)得到,由 $f_j^{2n}(t)$ 和 $f_j^{2n+1}(t)$ 重构 $f_{j+1}^n(t)$ ,即由小波包分解系数 $\{d_l^{j,2n}\}$ 与 $\{d_l^{j,2n+1}\}$ 重构 $\{d_l^{j+1,n}\}$ 的重构算法:

$$d_l^{j+1,n} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} [h_{l-2k} d_k^{j,2n} + g_{l-2k} d_k^{j,2n+1}] \quad (14)$$

其中, $h, g$ 为滤波器系数, $d$ 为小波包分解系数, $l, k$ 为

分解层数,  $j$ 、 $n$  为小波包节点号。

2 实验及结果分析

2.1 实验数据描述

实验数据来自德国 Born 癫痫脑电研究室。该数据库中共包含标号从 A~E 的 5 个数据集(表 2), 其中 A、B 数据集是来自健康志愿者的脑电信号, C、D、E 的数据集是癫痫患者手术前诊断并记录的颅内脑电

信号。C、D 是癫痫发作间期采集的数据, E 是癫痫发作期采集的信号。每个数据集均包括 100 个采用 10-20 国际标准导联技术提取的单导联脑电信号。每个脑电信号的长度为 23.6 s, 采样频率为 173.6 Hz。数据经过了一定程度的预处理, 去除了明显的噪声和伪迹。仿真采用的数据包括患者癫痫发作期的数据、健康期的数据和癫痫发作间期的数据。实验的仿真平台基于 Matlab2016b。

表 2 德国 Born 癫痫脑电研究室数据  
Tab.2 Epileptic EEG data from Born epilepsy laboratory, Germany

数据集	测试对象	记录方式	电极位置	测试对象状态	数据长度	记录时间/s
A	健康人(5人)	表面	所有区域	清醒且睁眼	100	23.6
B	健康人(5人)	表面	所有区域	清醒且睁眼	100	23.6
C	癫痫患者(5人)	脑内	癫痫病灶外区域	发作间期	100	23.6
D	癫痫患者(5人)	脑内	癫痫病灶外区域	发作间期	100	23.6
E	癫痫患者(5人)	脑内	癫痫病灶外区域	发作期	100	23.6

2.2 仿真结果及分析

对癫痫患者 a 的脑电信号进行频谱分析(图 4)和三层小波包分解(图 5), 然后采用本文提出的算法对癫痫患者 a 在健康期、癫痫发作间期的脑电信号进行棘波提取, 分别如图 6 和图 7 所示。因为癫痫发作期棘波出现的比较多, 为了更准确的提取在脑电频段出现的棘波, 根据表 1 的脑电频带划分将癫痫发作期棘波的提取划分为节点频率(3, 0)的提取和节点频率(3, 1)的提取。为了检测该算法是否具有特异性(该算法是否对其他癫痫患者同样有效), 分别将

癫痫患者 a 和癫痫患者 b 癫痫发作期的数据进行对比, 以验证该算法不存在特异性, 分别如图 8、图 9、图 10、图 11 所示。

最后根据仿真提取棘波的检测结果总结了 5 个癫痫患者在不同时期的棘波检测数、误检数、漏检数以及相对应的各个时期的误检率和漏检率(表 3)。

仿真结果分析如下所示。

(1) 由于仿真的数据已经过预处理, 去除了噪声和伪迹, 因此利用小波包变换和棘波的频率、幅度等物理特征相结合的算法不仅能提取出同一个病人在

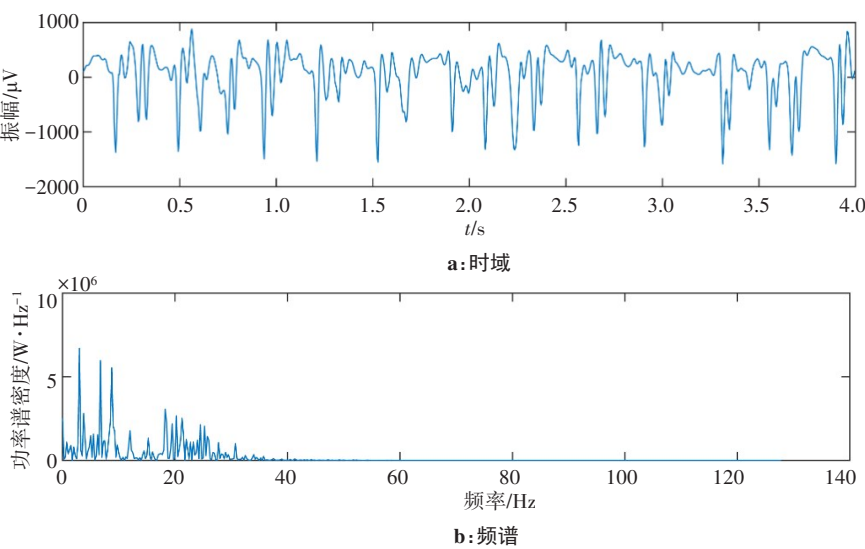


图4 癫痫患者 a 健康期的脑电信号  
Fig.4 EEG signals of patient a in healthy period

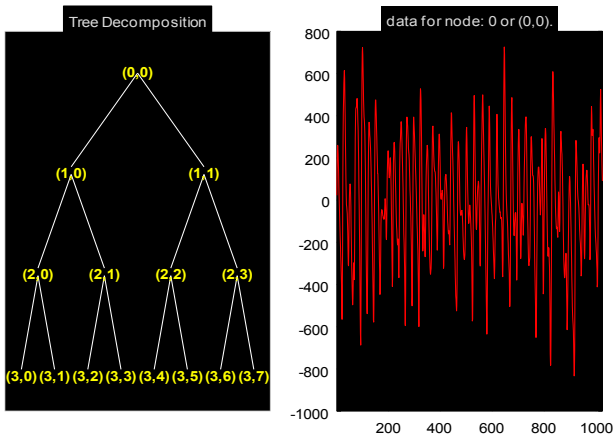


图5 小波包分解树结构及节点系数

Fig.5 Wavelet packet decomposition tree and node coefficients

健康期、癫痫发作间期、癫痫发作期等不同时期的棘波;而且可以提取出不同患者在癫痫发作期的棘波,证明该算法适用于不同癫痫患者的棘波检测,不存在特异性。

(2)癫痫患者脑电中的棘波主要以爆发式节律出现。由健康期、癫痫发作间期、癫痫发作期相应节点检测出的棘波可以发现棘波主要出现在0~22 Hz 频率段。所提取出的棘波波形包含参考文献[14]所指出的14 Hz或6 Hz的正相棘波,当然这里的6 Hz通常指5~7 Hz也包含13~17 Hz,而且各自以独个连续爆发的形式出现。

(3)基于小波包变换的棘波提取算法在癫痫患

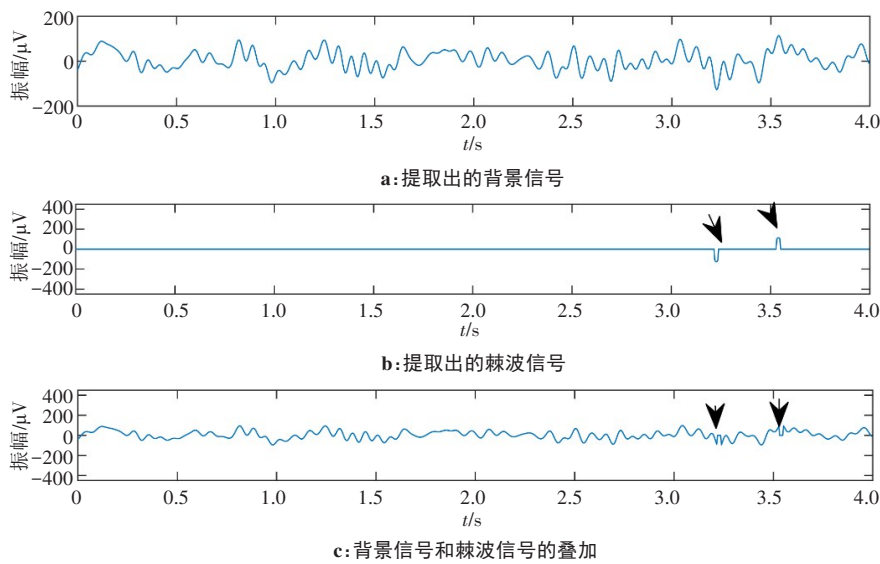


图6 癫痫患者a健康期脑电信号处理

Fig.6 EEG signal processing of patient a in healthy period

箭头所示为提取出的棘波信号

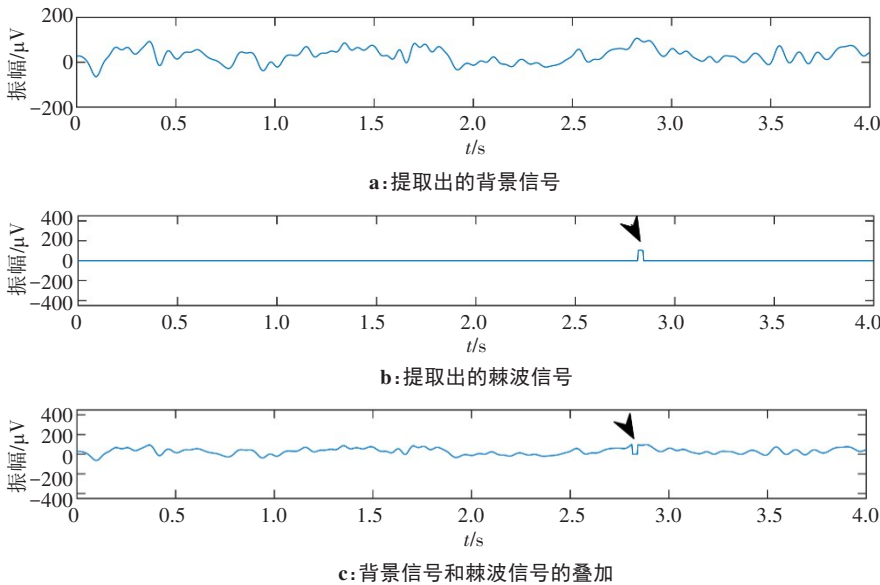


图7 癫痫患者a发作间期脑电信号处理

Fig.7 EEG signal processing of patient a in intermittent period

箭头所示为提取出的棘波信号



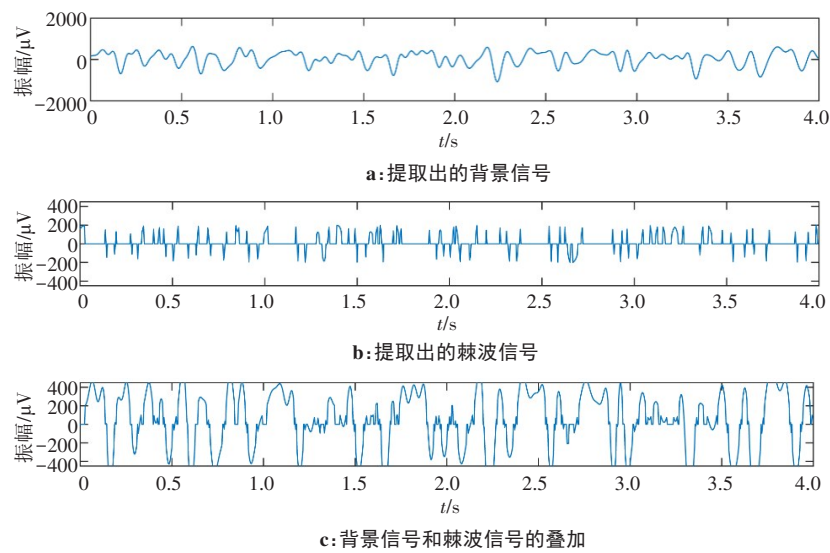


图 8 癫痫患者 a 发作期节点(3, 0)的脑电信号处理

Fig.8 EEG signal processing of patient a in node (3, 0) during epilepsy attack

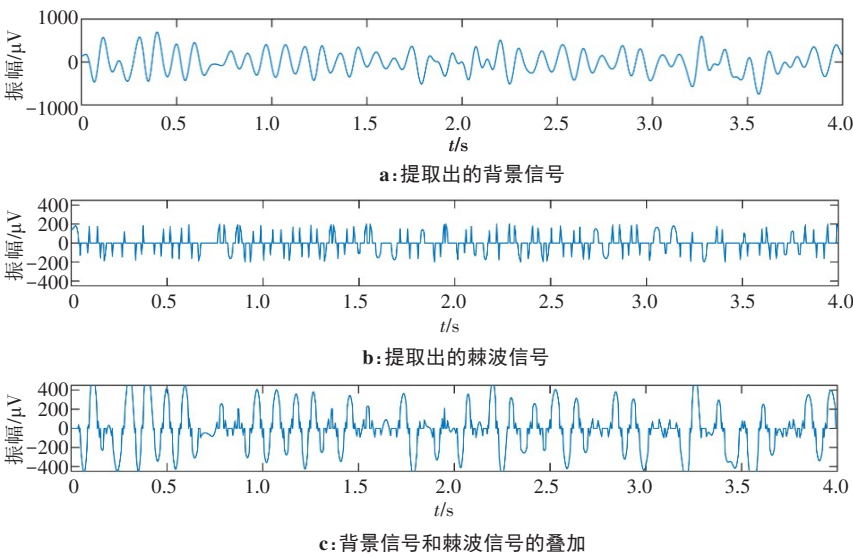


图 9 癫痫患者 b 发作期节点(3, 0)的脑电信号处理

Fig.9 EEG signal processing of patient b in node (3, 0) during epilepsy attack

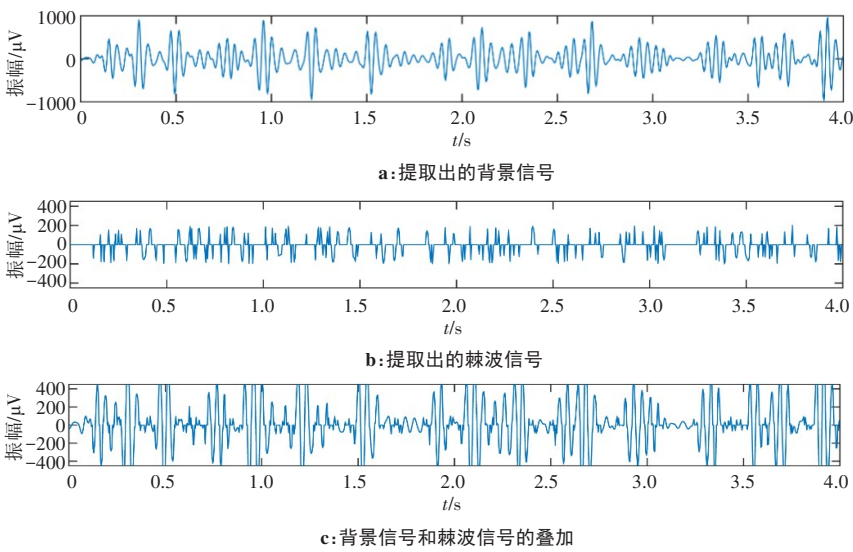


图 10 癫痫患者 a 发作期节点(3, 1)的脑电信号处理

Fig.10 EEG signal processing of patient a in node (3, 1) during epilepsy attack

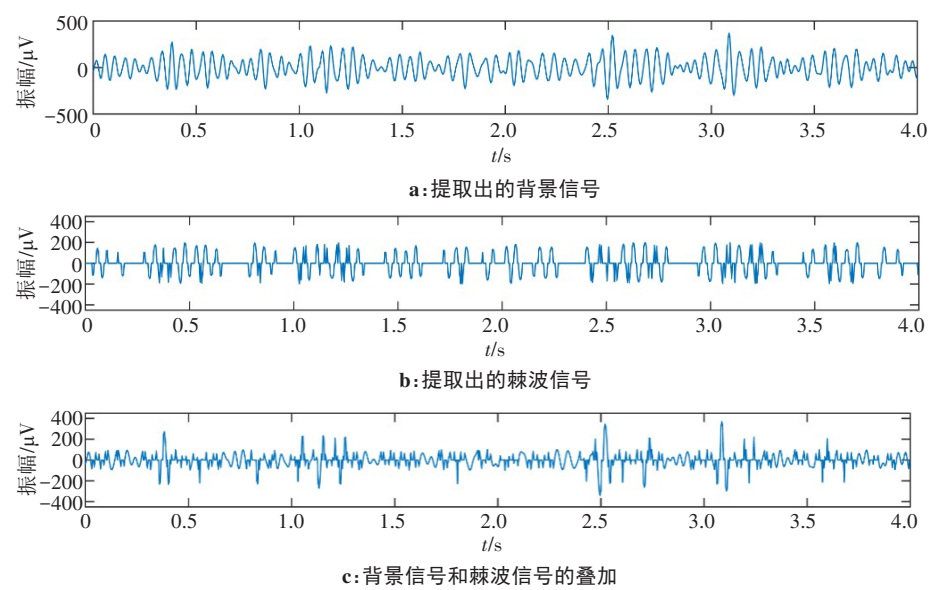


图 11 癫痫患者b 发作期节点(3, 1)的脑电信号处理

Fig.11 EEG signal processing of patient b in node (3,1) during epilepsy attack

表 3 5 个癫痫患者在不同时期的棘波检测结果

Tab.3 Results of spike detection in 5 epilepsy patients at different time

状态	病人	专家检测数	算法检测数	误检数	误检率/%	漏检数	漏检率/%
健康期	A1	2	2	0	0	0	0
	A2	3	3	0	0	0	0
	A3	1	1	0	0	0	0
	A4	14	14	2	14.29	2	14.29
	A5	2	2	0	0	0	0
发作间期	A1	1	1	0	0	0	0
	A2	3	3	0	0	0	0
	A3	1	1	0	0	0	0
	A4	3	3	0	0	0	0
	A5	17	15	2	11.76	2	11.76
发作期	A1	103	102	15	14.56	4	3.88
	A2	38	16	10	26.32	2	5.26
	A3	155	124	17	10.97	32	20.65
	A4	109	107	13	11.93	16	14.68
	A5	155	142	14	9.03	13	8.38

者健康期和癫痫发作间期的棘波提取准确率都在85%以上。癫痫患者发作期的平均误检率为14.56%(误检率=误检数/专家检测数,平均误检率为癫痫发作期误检率的平均值);平均漏检率为10.57%(漏检率=漏检数/专家检测数,平均漏检率为癫痫发作期漏检率的平均值)。整体癫痫患者的棘波误检率为12.02%(总误检数/总专家检测数);整体漏检率为11.70%(总漏检数/总专家检测数)。癫痫病人发作期

棘波的误检率、漏检率差别比较大是因为有的棘波数据在脑电图上不是很明显,在人为检测时会造成一定程度的误检、漏检,而且选取的棘波物理特征不全面,例如没有考虑棘波的脉宽这一特性也使得该算法会造成一定程度的漏检和误检。

3 结 论

本文提出的基于小波包变换结合棘波的频率、

幅度等物理特性提取棘波的算法,能够提取出癫痫病人发作期脑电信号里大部分棘波。仿真结果得出该算法具有很低的漏检率和误检率(分别为12.02%和11.70%)。分析得出的结论与参考文献[14]的相关结论吻合。该算法可以为医生判断癫痫是否发作,进而确定癫痫的病灶提供了参考。

## 【参考文献】

- [1] 孙玉宝,吴敏,韦志辉,等.基于稀疏表示的脑电棘波检测算法研究[J].电子学报,2009,37(9): 1971-1976.  
SUN Y B, WU M, WEI Z H, et al. Study on EEG spike detection algorithm based on sparse representation[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(9): 1971-1976.
- [2] 马东华.基于形态成分分析的脑电癫痫棘波检测[J].生物医学工程学杂志,2013,30(4): 171-173.  
MA D H. Detection of epileptic spike wave in EEG signals based on morphological component analysis [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2013, 30(4): 171-173.
- [3] HUANG H B, YI T H, LI H N. Sensor fault detection for structural health monitoring using dynamic independent component analysis[C]. 24th Australasian Conference on the Mechanics of Structures and Materials, ACMSM 2016, 2017: 985-990.
- [4] TAN P, TAN G Z, CAI Z X. Dual-tree complex wavelet transform-based feature extraction for brain computer interface [C]. 12th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, FSKD 2015, 2015: 1136-1140.
- [5] WICKRAMASURIYA D S. Seizure prediction using hilbert-huang transform on field programmable gate array [C]. IEEE Global Conference on Signal and Information Processing. IEEE, 2015: 933-937.
- [6] 张涛,陈万忠,李明阳.基于频率切片小波变换和支持向量机的癫痫脑电信号自动检测[J].物理学报,2016,65(3): 411-417.  
ZHANG T, CHEN W Z, LI M Y. Automatic seizure detection of electro encephalogram signals based on frequency slice wavelet transform and support vector machine [J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(3): 411-417.
- [7] 孟庆芳,陈珊珊,陈月辉,等.基于递归量化分析与支持向量机的癫痫脑电自动检测方法[J].物理学报,2014,63(5): 88-95.  
MENG Q F, CHEN S S, CHEN Y H, et al. Automatic detection method of epileptic EEG based on recursive quantitative analysis and support vector machine [J]. Acta Physica Sinica, 2014: 63(5): 88-95.
- [8] 张雨烟,陈万忠,张涛,等.基于非负矩阵分解的癫痫脑电自动检测[J].吉林大学学报(信息科学版),2017,35(5): 551-559.  
ZHANG Y Y, CHEN W Z, ZHANG T, et al. Automatic seizure detection of electroencephalogram signals based on non-negative matrix factorization [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2017, 35(5): 551-559.
- [9] 李一博,沈慧,高远.基于奇异值分解和小波包分解的故障检测[J].电子技术应用,2018,44(3): 56-59.  
LI Y B, SHEN H, GAO Y. Fault detection method based on SVD and WPD [J]. Application of Electronic Technique, 2018, 44(3): 56-59.
- [10] PARK C, CHOI G, KIM J. Epileptic seizure detection for multi-channel EEG with deep convolutional neural network [C]. 17th International Conference on Electronics Information and Communication, 2018: 1-5.
- [11] 刘光达,魏星,张尚,等.基于改进遗传算法优化反向传播神经网络的癫痫发作检测方法分析[J].生物医学工程学杂志,2019,36(1): 24-32.  
LIU G D, WEI X, ZHANG S, et al. Analysis of epileptic seizure detection method based on improved genetic algorithm optimization back propagation neural network [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2019, 36(1): 24-32.
- [12] MO H W, LUO C M, JAN G E. EEG classification based on sparse representation [C]. 2017 International Joint Conference on Neural Networks. IEEE, 2017: 59-62.
- [13] HOU J, WANG Y, GAO T, et al. Fault feature extraction of power electronic circuits based on sparse decomposition [C]. 2016 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis. IEEE, 2016: 25-28.
- [14] 王建英,尹忠科,张春梅.信号与图像的稀疏分解及初步应用[M].成都:西南交通大学出版社,2006.  
WANG J Y, YIN Z K, ZHANG C M. Sparse decomposition of signal and image and its preliminary application [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2006.
- [15] HUANG W G, LI S J, FU X Y, et al. Transient extraction based on minimax concave regularized sparse representation for gear fault diagnosis [J]. Measurement, 2020(151): 107273.
- [16] LI R, YANG G P, WANG K K, et al. Robust ECG biometrics using GNMF and sparse representation [J]. Pattern Recognit Lett, 2020, 129: 70-76.
- [17] 刘琬,李胜,王轶卿.基于小波包变换的脑电波信号降噪及特征提取[J].计算机工程与科学,2015,37(4): 790-795.  
LIU L, LI S, WANG Y Q. Denoising and feature extraction of brain wave signal based on wavelet packet transform [J]. Computer Engineering and Science, 2015, 37(4): 790-795.
- [18] 大熊辉熊.脑电图判读step by step入门篇[M].北京:科学出版社,2001: 29-54.  
大熊辉熊. EEG interpretation step by step entry [M]. Beijing: Science Press, 2001: 29-54.
- [19] 唐向宏,李齐良.时频分析与小波变换[M].北京:科学出版社,2008: 228-230.  
TANG X H, LI Q L. Time-frequency analysis and wavelet transform [M]. Beijing: Science Press, 2008: 228-230.

(编辑:薛泽玲)