

局部全变分卡通纹理分解医学影像滤波

王静¹, 韩雪¹, 皇甫彩虹², 乔应旭¹, 司马海峰¹

1. 河南理工大学计算机科学与技术学院, 河南 焦作 454000; 2. 河南理工大学电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454000

【摘要】针对直接采用全局滤波方法会模糊图像的边缘, 丢失重要纹理信息的弊端, 提出一种基于快速变分卡通纹理分解的非局部正则化滤波方法。首先将非线性局部全变分作为图像分解的指示函数, 分离图像的卡通结构分量和纹理震荡分量; 其次根据震荡分量极强的重复性及结构方向性, 结合具有较好方向选择性以及块相似匹配性的非局部梯度正则项, 利用分裂Bregman方法求解震荡分量的非局部全变分极小化问题; 最后将分解得到的卡通分量与去除噪声的震荡分量进行加权合成, 得到复原图像。实验结果表明该算法对有精细结构和纹理的医学图像具有更佳的恢复效果, 可以有效地应用于临床诊断以及后续分割。

【关键词】图像滤波; 卡通纹理; 局部全变分; 非局部均值

【中图分类号】R318; TP391

【文献标志码】A

【文章编号】1005-202X(2019)08-0918-06

Medical image filtering based on local total variation cartoon-texture decomposition

WANG Jing¹, HAN Xue¹, HUANGPU Caihong², QIAO Yingxu¹, SIMA Haifeng¹

1. College of Computer Science and Technology, He'nan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China; 2. College of Electrical Engineering and Automation, He'nan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China

Abstract: In view of the disadvantages of the direct use of global filtering method, blurring image edges and losing important texture information, a nonlocal regularization filtering method based on fast variation cartoon-texture decomposition is proposed. Firstly, the nonlinear local total variation is used as an indicator function of image decomposition for separating the cartoon structural component and texture vibration component of the image. Secondly, according to the outstanding repeatability and structural orientation of the vibration component, a nonlocal gradient regular term with preferable directional selectivity and block similarity matching is combined with split Bregman method to solve the nonlocal total variation minimization problem of the vibration component. Finally, the combination of the decomposed cartoon component and the vibration component after noise removal is used for obtaining the restored image. The experimental results show that the proposed algorithm has excellent recovery effects for medical images with fine structure and texture. The proposed method can be effectively applied to clinical diagnosis and subsequent segmentation.

Keywords: image filtering; cartoon-texture; local total variation; nonlocal means

前言

在临床医学中, 医学成像技术在医学诊断中得到广泛的应用, 具有安全性高、实时性强等优点^[1], 但是其在形成、传输、存储的过程中不可避免地会产生

一定程度的失真, 比如人体的运动、成像医疗设备固有的噪声等, 都会造成医学图像的模糊或噪声质量退化, 给区分病变组织和正常人体组织带来困难, 严重影响了后续的临床诊断。因此, 对退化的医学影像进行滤波复原处理, 以得到清晰完整的图像, 具有重大的研究价值和现实意义。

基于变分偏微分方程的非线性扩散去噪算法越来越多的被运用到图像复原、分割、增强等诸多领域^[2-3], 其中具有代表性的就是全变分(Total Variation, TV)正则化方法^[4], 该算法用L1范数替代L2范数, 采用拉格朗日乘子法和人工时间演化的梯度下降法, 将图像去噪问题转化为能量泛函最小化的优化问题, 且对整个图像都采用一类正则化参数

【收稿日期】2019-03-15

【基金项目】国家自然科学基金(61401150, 61472119, 61572173, 61602-157); 河南省科技攻关计划(182102210053); 河南省科技创新杰出青年计划(184100510009); 河南理工大学博士基金(B2013-039); 河南省高校基本科研业务费专项资金(NSFRF1604)

【作者简介】王静, 博士, 副教授, CCF会员, 主要研究方向为医学图像处理, E-mail: wjasmine@hpu.edu.cn; 皇甫彩虹, 硕士, 讲师, 主要研究方向为智能信息处理, E-mail: hfcaihong@hpu.edu.cn

和算子,对整幅图的惩罚(包括边缘和噪声)是一样的,存在平滑噪声和保持边缘的矛盾。当图像噪声增大时,自然图像中各像素间的相互关系被破坏,更容易使图像产生明显的“阶梯效应”。针对此不足,学者们在求解 L1 正则项的优化问题上作了大量研究^[5-10]。Buades 等^[11]提出一种非局部均值算法,提出利用邻域相似性对图像进行非局部处理,来估计当前像素值,这种方法很好的对自然图像中的精细结构进行了保留。随后 Buades 等^[12]又利用邻域系统相似性窗口代替单个像素点计算像素相似性,构造使用欧氏距离来度量像素相似性能的结构矢量,得到了表征解的光学性和结构相似性的权重,大大加强了权重函数抵御噪声干扰的能力。Jung 等^[13]将这种非局部思想推广到变分的正则化恢复方法,提出了基于变分框架的非局部正则化模型,更好地恢复了图像的结构和细致的纹理。Zhang 等^[14]和 Dong 等^[15]将分裂 Bregman 迭代方法用于求解非局部 TV 极小化模型,相比非局部投影算法计算效率高,能够产生更好的恢复结果。有些学者则集中注意力研究如何提高算法效率,通过将目标函数分解为拟合项、正则项与二次惩罚函数等子问题,将约束优化问题转变为等价的无约束优化问题进行求解,如 Shi 等^[16]和王静等^[17]采用交替分裂 Bregman 优化方法处理图像,获得了有效稳定的图像恢复效果,这类算法能够取得更快的收敛速度,加快变分正则模型的求解。近期, Mohd Sagheer 等^[18]和 Ahmed 等^[19]利用改进的 TV 模型刻画图像的全局相关性和局部光滑性,保留更多的边缘细节信息,并将其用于医学图像去噪处理,得到一些较好的仿真实验结果。

针对全局方法对图像恢复时,光滑区域部分易产生虚假边界,纹理部分易造成细节丢失,卡通部分易产生阶梯效应的缺点,本文提出基于局部全变分(Local Total Variation, LTV)结构纹理分解的医学图像滤波方法。模型采用局部变分提取卡通分量与非局部变分正则化去噪相结合的方法,考虑纹理图像几何上的临近关系以及灰度变化的规律性,以保持图像卡通部分结构的完整性和纹理部分的精细结构,并引入分裂 Bregman 方法迭代求解,以加快整个算法的计算速度,整体提高模型的有效性。

1 本文算法

1.1 局部变分卡通纹理分解

依据变分和尺度空间的理论,对一幅图像来说,卡通部分有较小的 TV,而纹理部分具有较小的范数,

纹理分量的振荡频率越高,其范数越小。非线性 LTV 的快速卡通纹理分解方法^[20]主要思想是用一对非线性低通、高通滤波器有效快速地求解原始变分问题的近似解,通过计算每个图像素点周围的 LTV,并与低通滤波器后的 LTV 作比较,将 LTV 作为像素点的局部指示函数,决定出该点属于卡通分量还是属于纹理分量。在卡通区域上,像素点的 LTV 经过低通滤波器后变化微弱,就归作卡通点;纹理区域上,由于其震荡特性,像素点的 LTV 与低通滤波器卷积后快速衰减,就归作纹理点。因此,图像中判定为卡通点的像素点归卡通分量保持不变,再将判定为纹理点的像素点经由低通滤波器后的值也归卡通分量 U ,而纹理分量 V 取卡通分量与原始图像 I 的差值。

对于图像 I 中任一像素点 x ,其 LTV 定义为:

$$LTV_{\sigma}(x)(I) = G_{\sigma} * |\nabla I|(x) \quad (1)$$

其中, G_{σ} 为标准差为 σ 的高斯核, * 表示卷积运算。

定义 $x \rightarrow \lambda_{\sigma}(x)$, 图像中点 x 的 LTV 相对变化率为:

$$\lambda_{\sigma}(x) = \frac{LTV_{\sigma}(x)(I) - LTV_{\sigma}(x)(L_{\sigma} * I)}{LTV_{\sigma}(x)(I)} \quad (2)$$

其中, L_{σ} 代表低通滤波器,分解时的尺度参数 L 也由此核函数决定。当 LTV 在低通滤波条件下衰减很快时,从 $\lambda_{\sigma}(x)$ 可以看出其局部震荡情况。显然,上式也可等价于:

$$LTV_{\sigma}(x)(L_{\sigma} * I) = (1 - \lambda_{\sigma}(x))LTV_{\sigma}(x)(I) \quad (3)$$

式(3)表明,当 $\lambda_{\sigma} \rightarrow 0$ 时,低通滤波后的 LTV 减少较小,低通滤波器对该点的 LTV 影响不大,则该部分的点属于卡通分量 U ;反之,当 $\lambda_{\sigma} \rightarrow 1$ 时,相对变化率大,减小速度快,此时可判定该点为纹理分量 V 。因而,依据图像中点的 LTV 相对变化率,由 $L_{\sigma} * I$ 和 I 的加权平均值获得一对快速的非线性高通和低通滤波器,记为:

$$\begin{aligned} U(x) &= (1 - w(\lambda_{\sigma}(x)))I(x) + w(\lambda_{\sigma}(x))(L_{\sigma} * I)(x) \\ V(x) &= I(x) - U(x) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $w(x)$ 取值范围为 $[0, 1]$, 是一个分段的非递减软阈值函数。在 0 的附近取值为常数 0, 在 1 的附近取值取值为常数 1。在实验中,本文将软阈值函数的设置为:

$$w(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ (x - a_1)/(x - a_2), & a_1 < x \leq a_2 \\ 1, & x > a_2 \end{cases} \quad (5)$$

其中参数 a_1 、 a_2 值分别取为 0.25 和 0.5, 当 $\lambda_{\sigma}(x)$ 较小时,则函数 $I(x)$ 在 x 附近震荡小,所以其在 x 处为卡通是正确的,有 $U(x) = I(x)$;反之,当 $\lambda_{\sigma}(x)$ 较大时,函数 $I(x)$ 在 x 周围表现为局部震荡,并且 $U(x)$ 被

局部替代为 $(L_\sigma * I)(x)$ 。

这种对自然图像构造分解的方法,可以同时兼顾纹理成分的提取以及保持结构部分边缘不模糊,这种性质正适合受污染含噪声图像的卡通纹理分离。但是,由于纹理部分中仍然残留重要的细节信息,卡通分量 U 包含的信息不能满足实际需要,因此下一步对分解过后的纹理部分再进行去噪声处理,然后与分解得到的卡通分量 U 进行加权合成,最终得到复原图像 I 。

1.2 非局部正则化迭代滤波算法

经过局部变分方法分解得到的纹理图像如式(6)所示:

$$V = v + n \tag{6}$$

由式(6)对含有噪声的纹理图像进行恢复,采用本文提出的纹理图像非局部正则化模型进行恢复,如式(7)所示:

$$\min_v E(v) = \int_\Omega |\nabla_{NL} v| dx + \frac{\lambda}{2} \|u - V\|^2 dx \tag{7}$$

其中,第一项是非局部 TV 正则项,第二项是平衡观测图与真实图的保真项, λ 是正则化平衡参数, v 表示实值函数。 $v(x)$ 、 $v(y)$ 表示图像的函数,因而 $v(x)$ 的非局部梯度定义为:

$$\nabla_{NL} v(x, y) = (v(x) - v(y)) \sqrt{w(x, y)}, \Omega \times \Omega \rightarrow R \tag{8}$$

对其离散化,得到图像 $v(x)$ 在 $x \in \Omega$ 处的非局部梯度范数为:

$$|\nabla_{NL} v|(x) = \sqrt{\int_\Omega (v(x) - v(y))^2 w(x, y) dy}, \Omega \rightarrow R_+ \tag{9}$$

该式也称作函数 v 的非局部 TV 范数。此正则项考虑了图像片与片之间的相似性信息,对于含有不同程度重复部分的纹理特征图像进行退化图的恢复具有较好的效果。其中, $w(x, y)$ 是非负有界的权重函数,且满足对称性, $w(x, y) = w(y, x)$, 因此,以 x 为中心和以 y 为中心的图像块的灰度值确定:

$$w(x, y) = \exp\left\{-G_a * \left(\|v(x+t) - v(y+t)\|^2(0)\right) / 2h^2\right\} \tag{10}$$

其中 G_a 是具有标准差 a 的高斯核, t 为增量, h 为滤波平滑参数。当以 x 为中心和以 y 为中心的两图像块灰度信息十分接近时,权重函数 $w(x, y)$ 的值就比较大,也意味着正则项中的 $v(x)$ 、 $v(y)$ 的值比较相近;相反,两图像块包含信息相差较大,权重函数 $w(x, y)$ 的值就相对来说越小。对于精细的纹理图像部分来说,用非局部正则化的方法对图像分解后的震荡分量进行去噪,具有相似结构的信息将会很好地保留住,最后与非线性局部变分分解得到的结构

图进行加权合成,最终恢复出更加接近真实图的复原图像。

对模型实际数值计算时,考虑到 $w(x, y)$ 要随着不同信息块的 v 的改变而更新,整个计算过程将耗费较长时间。因此,本文采用了一种非局部分裂 Bregman 快速迭代算法(Non-Local Split Bregman Method, NLSBM),求解震荡分量的非局部 TV 极小化问题,进行纹理图像恢复模型的求解。

首先,引入辅助变量 d ,代替 $\nabla_{NL} v$,恢复模型(7)变为:

$$\min_{d,v} E(d, v) = \int_\Omega |d| + \frac{\lambda}{2} \int_\Omega |v - V|^2, s.t. d = \nabla_{NL} v \tag{11}$$

其次,添加二次惩罚项的方法,将上述有约束的极小化问题转为下列无约束问题:

$$\min_{d,v} E_\mu(d, v) = \int_\Omega |d| + \frac{\mu}{2} \int_\Omega |d - \nabla_{NL} v|^2 + \frac{\lambda}{2} \int_\Omega |v - V|^2 \tag{12}$$

接着,再引入辅助变量 b ,使用分裂 Bregman 迭代的方法求解上式的极小化问题,产生所谓的分裂迭代:

$$\min_{d,v} E_\mu^0(d, v) = \int_\Omega |d| + \frac{\mu}{2} \int_\Omega |d - \nabla_{NL} v - b|^2 + \frac{\lambda}{2} \int_\Omega |v - V|^2 \tag{13}$$

$$b^{k+1} = b^k + \nabla_{NL} v^{k+1} - d^{k+1} \tag{14}$$

由于式(13)中 $E_\mu^0(d, v)$ 是凸泛函, v 和 d 进一步交替迭代得到下列两个子问题:

$$v^{k+1} = \arg \min_v \frac{\mu}{2} \int_\Omega |d^k - \nabla_{NL} v - b^k|^2 + \frac{\lambda}{2} \int_\Omega |v - V|^2 \tag{15}$$

$$d^{k+1} = \arg \min_d \int_\Omega |d| + \frac{\mu}{2} \int_\Omega |d - \nabla_{NL} v^{k+1} - b^k|^2 \tag{16}$$

通过直接计算,上述两式的优化条件分别为:

$$-\mu \operatorname{div}_{NL} (d^k - \nabla_{NL} v - b^k) - \lambda(v - V) = 0 \tag{17}$$

$$d^{k+1} = \frac{\nabla_{NL} v^{k+1} + b^k}{|\nabla_{NL} v^{k+1} + b^k|} \max\left(|\nabla_{NL} v^{k+1} + b^k| - \frac{1}{\mu}, 0\right) \tag{18}$$

其中,式(18)引入收缩算子求解,证明过程见文献[21]。

为了更快速求解,对式(17)再采用 Gauss - Seidel 迭代,求得离散的解表示为:

$$v_i^{k+1, n+1} = \frac{1}{(\lambda + \mu \sum_j w_{ij})} \left(\mu \sum_j w_{ij} v_j^{k+1, n} + \lambda V_i - \mu \sum_j \sqrt{w_{ij}} (d_{ij}^{k+1, n} - b_{ij}^{k+1, n} - d_{ji}^{k+1, n} + b_{ji}^{k+1, n}) \right) \tag{19}$$

其中, $v_i^{k+1, n=0} = v_i^k, n \geq 0$ 。

该方法噪声回代的过程类似于当前的多级残差滤波,再结合 LTV 模型,就构成了 Bregman 迭代过程,此过程具有比经典梯度下降法更好的保护边缘轮廓和保护图像细节的能力。

1.3 算法描述

综上所述,快速变分结构纹理分解的图像非局部正则化迭代分裂Bregman恢复算法具体步骤如下:

Step1:输入参数震荡分量 V 、噪声强度 σ 、分解的尺度参数 L 、迭代次数 k 、调节参数 λ, μ ;

Step2:初始化,令 $k=0, d^0=b^0=0, v^0=V$;

Step3:利用非线性快速局部变分方法将退化图像 I 分解为卡通分量 U 与纹理分量 V ;

Step4:离散化迭代求解如下式子,分解得到纹理图像,

$$v_i^{k+1,n+1} = \frac{1}{(\lambda + \mu \sum_j w_{ij})} \left(\mu \sum_j w_{ij} v_j^{k+1,n} + \lambda V_i - \mu \sum_j \sqrt{w_{ij}} (d_{ij}^{k+1,n} - b_{ij}^{k+1,n} - d_{ji}^{k+1,n} + b_{ji}^{k+1,n}) \right) \quad (20)$$

$$d_i^{k+1,n+1} = \frac{\sqrt{w_{ij}}(v_j^{k+1} - v_i^{k+1}) + b_{ij}^k}{\sqrt{\sum_j w_{ij}(v_j^{k+1} - v_i^{k+1})^2 + b_{ij}^{k2}}} \cdot \max \left(\sqrt{\sum_j w_{ij}(v_j^{k+1} - v_i^{k+1})^2 + b_{ij}^{k2}} - \frac{1}{\mu}, 0 \right) \quad (21)$$

$$b_{ij}^{k+1} = b_{ij}^k + \sqrt{w_{ij}}(v_j^{k+1} - v_i^{k+1}) - d_{ij}^{k+1} \quad (22)$$

其中, $v_i^{k+1,n=0} = v_i^k, n \geq 0$ 。

Step5:将公式(3)得到的完整卡通结构分量 U 与公式(4)求得的不含噪声的纹理图像 v 进行加权合成,获得完好的恢复图像。

2 实验结果与分析

2.1 实验准备

本节对所提出算法的有效性进行仿真实验验证,实验环境采用的处理器 Intel(R) Core(TM)i3-2230M CPU 2.20 GHz,内存大小为 2 G,软件版本为 Matlab 2014a。不仅采用了图像通用评价判断标准的峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR),还采用了综合亮度、对比度、结构 3 种图像主要特征的结构相似性(Structural Similarity Index Measurement, SSIM)对图像进行评价。由定义可知,SSIM 越接近于 1,图像越接近真实图像,恢复效果越优秀,更能显示算法的优越性。客观评价指标定义如下:

$$PSNR = 10 \times \log_{10} \left(\frac{255^2 \times M \times N}{\|u(i,j) - I(i,j)\|} \right) \quad (23)$$

$$SSIM[u(i,j), F(i,j)] = \frac{(2\mu_u \mu_f + C_1)(2\sigma_{uf} + C_2)}{(\mu_u^2 + \mu_f^2 + C_1)(\sigma_u^2 + \sigma_f^2 + C_2)} \quad (24)$$

其中, $u(i,j)$ 为恢复图像, $F(i,j)$ 为退化图像, $M \times N$ 表示图像尺寸。

2.2 滤波实验结果

本文实验选取横结肠恶性肿瘤 CT 图像和脑部磁共振图像为测试数据,将非局部正则化迭代方法^[15]、全局 TV 迭代方法^[17]和本文方法做对比实验。滤波复原结果如图 1 和图 2 所示,PSNR、SSIM 性能评价指标对比数据如表 1 所示。

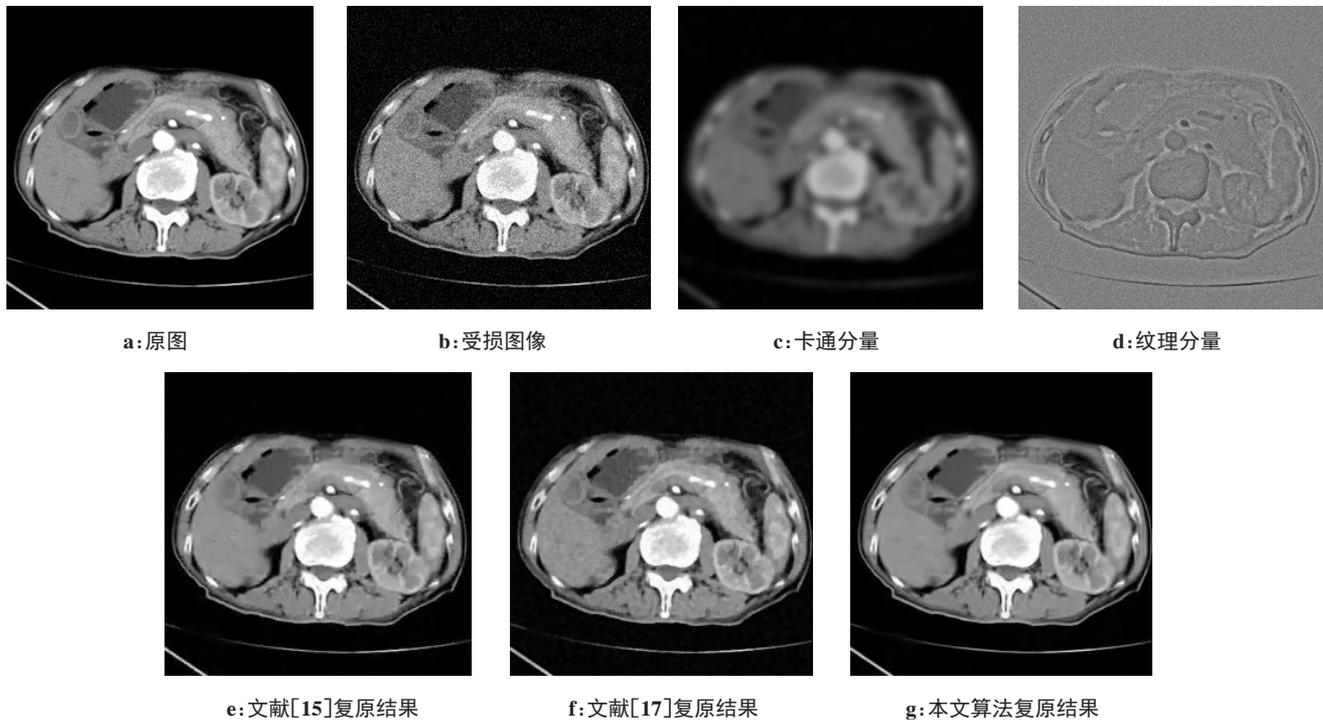


图 1 横结肠恶性肿瘤图像的复原结果

Fig.1 Restored images of transverse colon cancer

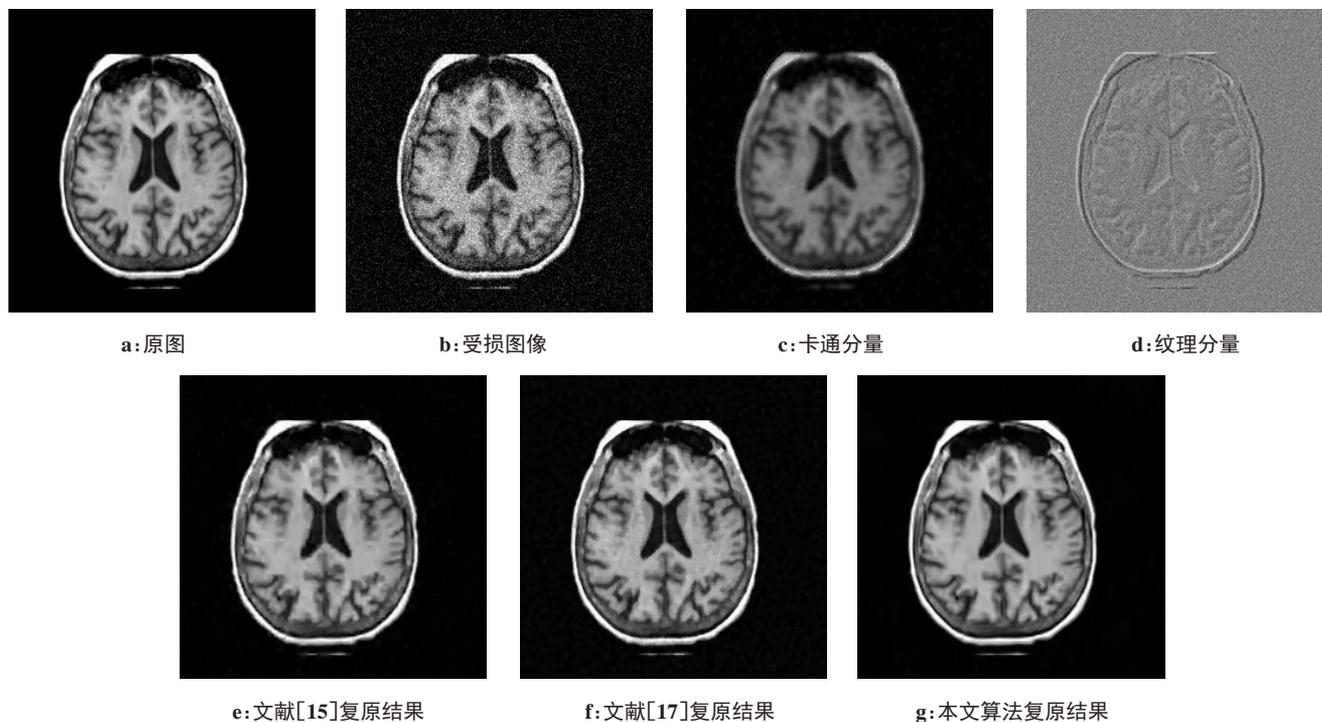


图2 脑部磁共振图像复原结果

Fig.2 Restored magnetic resonance images of brain

表1 3种方法性能指标比较

Tab.1 Comparison of performance indexes among 3 algorithms

算法	横结肠恶性肿瘤图像 ($\sigma=15, L=3$)		脑部磁共振图像 ($\sigma=25, L=1.5$)	
	PSNR/dB	SSIM	PSNR/dB	SSIM
文献[15]算法	32.720 3	0.896 5	31.330 6	0.881 7
文献[17]算法	30.420 4	0.879 2	31.696 3	0.873 1
本文算法	33.484 0	0.913 3	32.531 8	0.904 5

PSNR:峰值信噪比;SSIM:结构相似性

图1和图2给出了噪声情况下,快速局部变分卡通纹理分解算法对横结肠恶性肿瘤CT图像和脑部磁共振图像的分解结果。以横结肠恶性肿瘤CT图像为例,图1a是原始图像,图1b是噪声参数标准差 $\sigma=15$,分解尺度参数 $L=3$ 时的退化图像,图1c、d是分解得到的卡通分量和包含噪声的纹理分量,图1e~g是对纹理分量分别采用文献[15]、文献[17]和本文算法进行纹理部分噪声去除的结果。表1给出了测试横结肠恶性肿瘤CT图像和脑部磁共振图像在使用上述3种不同算法的客观评价指标对比数据。从图1、图2的实验结果和表1性能指标对比数据可以看出,本文方法在PSNR、SSIM性能指标上和滤波结果上明显优于文献[15]方法和文献[17]方法,更适用于成像复杂的医学图像,有更好的复原性能和细节处理能力,滤波的同时也保留了医学影像

重要细节的边缘和轮廓,可以看出更清晰的软组织结构,便于对病灶部位进行更加精准的后期诊断和处理。

3 结语

根据卡通分量和震荡分量对高斯噪声敏感程度不同,本文提出一种基于局部全变分卡通纹理分解的图像滤波算法。根据图像的几何结构特征,结合图像局部与非局部特性进行加权去噪的正则化迭代方法,既避免了对卡通分量中大尺度几何结构部分的破坏,也保留了图像结构的分段光滑特性。根据纹理部分结构方向性和极强的自相似重复性,去除了噪声,保留了更多的小尺度细节,加权合成后的图像十分接近真实图像,并且采用分裂Bregman方法求解模型,进一步改善复原效果,适用于含有丰富纹理

细节的图像。通过医学图像对比实验验证,各项性能指标均有明显的提升。

【参考文献】

- [1] DOI K. Computer-aided diagnosis in medical imaging: historical review, current status and future potential [J]. *Send Comput Med Imaging Graph*, 2007, 31(4-5): 198-211.
- [2] 孔德兴,陈韵梅. 医学图像处理中的数学理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
KONG D X, CHEN Y M. *Mathematical theory and methods in medical image processing*[M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [3] CHAN T F. Image processing and analysis: variational, PDE, wavelet, and stochastic methods[M]. SIAM, 2009.
- [4] RUDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[C]. 11th International Conference of the Center for Nonlinear Studies on Experimental Mathematics: Computational Issues in Nonlinear Science. Elsevier North-Holland, Inc. 1992: 259-268.
- [5] OSHER S, MAO Y, DONG B, et al. Fast linearized bregman iteration for compressive sensing and sparse denoising[J]. *Math Comput*, 2010, 8(1): 93-111.
- [6] HU Z, WANG Q, MING C, et al. Compressed sensing MRI reconstruction algorithm based on contourlet transform and split bregman method[C]. *International Symposium on Computational Intelligence and Design*. IEEE, 2015: 164-167.
- [7] 常璐璐,张化朋. 基于自适应全变差的B超图像快速去噪算法[J]. *南京邮电大学学报(自然科学版)*, 2016, 36(5): 50-55.
CHANG L L, ZHANG H P. Fast denoising algorithm based on adaptive total variation of B ultrasonic image [J]. *Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science)*, 2016, 36(5): 50-55.
- [8] SCHRANZER R, RAUSCHER A, HAIMBURGER E, et al. Noise reduction in FLAIR2 images using total generalized variation, Gaussian and Wiener filtering[J]. *Z Med Phys*, 2018, 28(4): 286-292.
- [9] 马秀丽,周峰,周小军. 基于NSCT和全变差模型的医学图像去噪[J]. *应用科学学报*, 2014, 32(5): 481-485.
MA X L, ZHOU F, ZHOU X J. Medical image denoising using non-subsampled contourlet transform and total variation model[J]. *Journal of Applied Sciences*, 2014, 32(5): 481-485.
- [10] 邓欢,尹一然,尹德辉. 基于非凸混合全变分的快速医学图像降噪算法[J]. *计算机工程与设计*, 2017, 38(4): 996-1001.
DENG H, YIN Y R, YIN D H. Medical image denoising algorithm based on non-convex joint total variation mechanism[J]. *Computer Engineering and Design*, 2017, 38(4): 996-1001.
- [11] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A non-local algorithm for image denoising [C]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision & Pattern Recognition*. IEEE, 2005: 60-65.
- [12] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A review of image denoising algorithms, with a new one[J]. *Multiscale Model Simul*, 2010, 4(2): 490-530.
- [13] JUNG M, BRESSON X, CHAN T F, et al. Nonlocal Mumford-Shah regularizers for color image restoration[J]. *IEEE Trans Image Process*, 2011, 20(6): 1583-1598.
- [14] ZHANG X, BURGER M, BRESSON X, et al. Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction [J]. *SIAM J Imaging Sci*, 2010, 3(3): 253-276.
- [15] DONG F, ZHANG H, KONG D X. Nonlocal total variation models for multiplicative noise removal using split Bregman iteration [J]. *Math Comput Model*, 2012, 55(3): 939-954.
- [16] SHI B, PANG Z F, WU J. Alternating split Bregman method for the bilaterally constrained image deblurring problem [J]. *Appl Math Comput*, 2015, 250: 402-414.
- [17] 王静,吕科,何宁,等. 基于分裂Bregman方法的全变差图像去模糊[J]. *电子学报*, 2012, 40(8): 1503-1508.
WANG J, LÜ K, HE N, et al. Total variant image deblurring based on split bregman method[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(8): 1503-1508.
- [18] MOHD SAGHEER S V, GEORGE S N. Denoising of low-dose CT images via low-rank tensor modeling and total variation regularization[J]. *Artif Intell Med*, 2019, 94: 1-17.
- [19] AHMED B S, RACHID H R, SEBTI F. Total variation for image denoising based on a novel smart edge detector: an application to medical images[J]. *J Math Imaging Vis*, 2019, 61(1): 106-121.
- [20] BUADES A, LE T, MOREL J M, et al. Cartoon+texture image decomposition[J]. *Image Processing on Line*, 2011, 1: 200-207.
- [21] OSHER S, SOLÉ A, VESE L. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the H-1 norm [J] . *Multiscale Model Simul*, 2003, 1(3): 349-370.

(编辑:薛泽玲)