

## 基于滤波反投影算法磁感应成像噪声抑制能力的质量评估

罗霞, 罗海军, 潘海涛, 温开旭, 廖勇, 范嗣强

重庆师范大学物理与电子工程学院/光电功能材料重庆市重点实验室, 重庆 401331

**【摘要】**磁感应成像是一种利用电磁感应原理重构生物组织电导率分布的非接触式电阻抗成像技术。利用一组亥姆霍兹线圈为激励源,能在成像区域内产生均匀分布的激励磁场,从而能够简化成像算法。系统模型由背景物体、异物、亥姆霍兹线圈和20个检测线圈构成。利用滤波反投影算法重构图像,研究该系统下单目标和双目标的图像重构,并且通过并利用相关系数、归一化均方距离和归一化平均绝对距离3个评估参数分析算法对不同噪声的抑制能力。结果表明,当信噪比 $\geq 30$  dB时,单目标和双目标异物成像效果接近没有噪声的成像结果。

**【关键词】**磁感应成像;滤波反投影;生物组织;噪声抑制;信噪比

**【中图分类号】**R318;TP391

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2018)11-1281-06

## Quality evaluation of magnetic induction imaging noise suppression based on filtered back-projection algorithm

LUO Xia, LUO Haijun, PAN Haitao, WEN Kaixu, LIAO Yong, FAN Siquang

Chongqing Key Laboratory of Photo-Electric Functional Materials/College of Physics and Electronic Engineering, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China

**Abstract:** Magnetic induction imaging is a non-contact electrical impedance imaging technology that reconstructs the distribution of electrical conductivity of biological tissues by the principle of electromagnetic induction. Using a set of Helmholtz coils as the excitation source, a uniformly distributed excitation magnetic field can be produced in the imaging region, thus simplifying the imaging algorithm. The system model is made up of a background object, a foreign object, a Helmholtz coil and 20 detection coils. The filtered back-projection algorithm is utilized to reconstruct the image and the image reconstructions of the single target and dual targets are studied. Moreover, the performance of algorithm in noise suppression can be evaluated by analyzing 3 parameters, namely correlation coefficient, normalized mean square distance and normalized absolute distance. The results showed that when the signal-to-noise ratio was larger than or equal to 30, the imaging results of signal target and dual targets are close to those without noise.

**Keywords:** magnetic induction tomography; filtered back-projection; biological tissue; noise suppression; signal-to-noise ratio

### 前言

磁感应成像(Magnetic Induction Tomography, MIT)是一种无创和非侵入式的功能性电阻抗成像技术<sup>[1-3]</sup>,通过外部检测信号重构出导电体内部的电导

率分布图。MIT有以下优点:穿透性好、快速、便捷、低成本和无创<sup>[4]</sup>,所以该成像技术在工业成像和医学成像上有很好的应用前景<sup>[5-6]</sup>,其良好的穿透性在医学上特别适合用于穿过颅骨实时动态检测颅内疾病<sup>[7-8]</sup>。MIT基本原理是交变的电流流过激励线圈产生交变的激励主磁场 $B$ ,暴露在主磁场下的被测生物组织内部诱导出涡流,从而产生二次磁场 $\Delta B$ ,通过检测线圈测量 $B+\Delta B$ 耦合出检测电压,利用检测电压的变化结合重构算法计算出电导率的分布<sup>[9-10]</sup>。

本文利用亥姆霍兹线圈作为激励线圈,构建均匀激励磁场的旋转式磁感应成像系统,利用滤波反投影(Filtered Back-Projection, FBP)对电导率分布进行重构<sup>[11-13]</sup>,分析了单目标、双目标异物重构图像的形象。在实际测量中,检测数据包含大量噪声信号,

**【收稿日期】**2018-09-20

**【基金项目】**国家自然科学基金(51507023, 11647098);重庆市科委基础和前沿研究项目(CSTC2016JCYJA0920);重庆市教委科学技术研究项目(KJ1703063)

**【作者简介】**罗霞,硕士研究生,研究方向:磁感应成像逆问题, E-mail: 954763838@qq.com;罗海军,博士,副教授,硕士生导师,研究方向:磁场探测、磁感应成像正问题、图像重构, E-mail: luohaijun@cqnu.edu.cn

**【通信作者】**范嗣强,博士,副教授,研究方向:光学工程、激光医学, E-mail: mikefan111@163.com

所以本文讨论了在单目标、双目标重构图像过程中加入不同的噪声,并利用相关系数 $\rho$ 、归一化均方距离(Normalization Mean Square Distance Criterion, NMSD)和归一化平均绝对距离(Normalization Mean Absolute Distance Criterion, NMAD)3个参数评估FBP算法在该系统中的噪声抑制能力<sup>[14]</sup>。

## 1 理论基础

### 1.1 电磁理论基础

根据 $e^{j\omega t}$ 型谐波磁场的麦克斯韦方程组,由于系统工作频率为10 MHz,导致 $\sigma \gg j\omega\epsilon$ ,所以MIT在控制方程的推导过程中,忽略导电区域介电常数的影响,不考虑位移电流<sup>[15-16]</sup>。

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} - j\omega\sigma \vec{A} = -\vec{J}_s \quad (1)$$

其中 $\vec{A}$ 是磁矢位, $\mu$ 是磁导率, $\omega$ 是角频率, $\sigma$ 是电导率, $\vec{J}_s$ 是激励电流密度,位于激励线圈中,其它地方 $\vec{J}_s = 0$ 。

式(1)建立了测量目标的电导率、激励电流和区域内磁矢位的关系,在实际测量系统中,研究检测电压的相位变化和电导率分布的关系,所以下面将建立感应电压相位和电导率的关系式。

根据磁场的互易定理,假设激励线圈、检测线圈和被测物体分布图如图1所示,检测线圈和激励线圈在同侧,被测物体位于线圈底部。

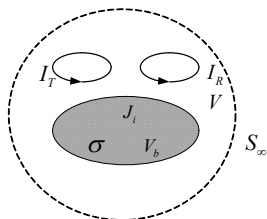


图1 互易定理的原理图

Fig.1 Schematic diagram of reciprocity theorem

根据磁场的互易定理,检测线圈中的磁通量 $\Phi$ 可以如下表示:

$$\Phi = \frac{1}{I_R} \int \vec{A}_R \cdot \vec{J}_T \cdot dV_{coil} + \frac{1}{I_R} \int \vec{A}_R \cdot \vec{J}_i \cdot dV_b \quad (2)$$

其中, $\vec{A}_R$ 是检测线圈流过的互易电流 $I_R$ 产生的磁矢位, $\vec{J}_T$ 是激励线圈的电流密度, $\vec{J}_i$ 是目标物体中的感应电流密度, $V_{coil}$ 是激励线圈的体积, $V_b$ 是目标物体的体积。等式前一部分表示检测线圈耦合激励电流产生的主磁场的磁通量,后一部分表示目标物体中产生的涡流诱导的二次磁场在检测线圈中耦合的磁通量。根据上式,检测线圈的感应电压可以表示为:

$$v = -j\omega\Phi \\ = -j \left( I_T \oint \left( \frac{\omega \vec{A}_R}{I_R} \right) \cdot d\vec{l} \right) - \int \left( \frac{\omega \vec{A}_R}{I_R} \right) \cdot \sigma (\omega \vec{A}_T + \nabla\varphi) dV_b \quad (3)$$

其中, $\vec{A}_T$ 是激励电流产生的磁矢位,等式中的虚部是检测线圈感应主磁场的电压,而实部是检测线圈感应二次磁场的电压,这表明线圈感应主磁场的电压与感应二次磁场的电压相位差为 $90^\circ$ 。

### 1.2 仿真模型

本文建立了20个检测线圈的磁感应成像系统仿真模型,该模型主要由圆柱形背景区域、圆柱形异物、1组亥姆霍兹线圈和20个检测线圈构成。20个检测线圈平行一排,位于被测物一侧,并且平行于亥姆霍兹线圈,与亥姆霍兹线圈的其中一个线圈在同一平面上。本文利用COMSOL软件建立20通道磁感应旋转测量系统仿真模型,如图2所示,模型参数如表1所示,模型主要由圆柱形背景区域、圆柱形异物、1组亥姆霍兹线圈和20个检测线圈构成。亥姆霍兹线圈的半径200 mm,两个亥姆霍兹线圈的间距200 mm,每个检测线圈半径4.5 mm,每个检测线圈相距1 mm。背景区域半径90 mm,异物半径15 mm,其高度40 mm。背景物体电导率0.2 S/m,异物电导率2 S/m。激励线圈200 mA,激励频率10 MHz。

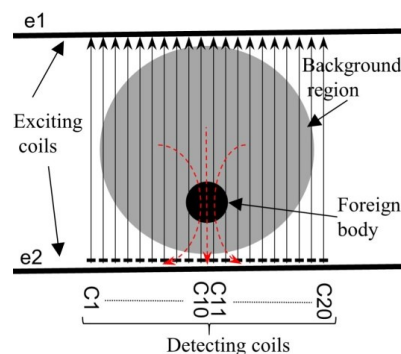


图2 磁感应成像系统示意图

Fig.2 Schematic diagram of magnetic induction imaging system

本系统利用FBP算法进行图像重构,利用亥姆霍兹线圈在检测区域产生均匀分布的激励磁场,磁场方向近似直线,磁力线穿过扰动异物时,将产生磁场扰动,在异物附近的线圈将检测到磁场的变化,通过旋转被测物体,得到多个角度的测量数据,为FBP提供丰富数据。旋转式磁感应成像的具体步骤如下所示。

(1)激励线圈和检测线圈固定不动,仿真仅有背景区域,没有异物时,被测物和异物整体以间隔 $22.5^\circ$ 旋转一次,每个角度检测可以获得20个数据,可以获

表1 单目标异物不同噪声下重构图像质量评估参数

Tab.1 Quality evaluation parameters for reconstructed image with single target and a foreign object under different noises

Different SNR/dB	Correlation coefficient( $\rho$ )	NMAD	NMSD
10	33.611	2.971	2.509
15	42.091	2.277	2.056
20	47.900	1.644	1.650
25	53.865	1.235	1.412
30	53.915	1.202	1.455
35	53.936	1.048	1.365
No noise	54.009	1.021	1.335

NMAD: Normalization mean absolute distance criterion; NMSD: Normalization mean square distance criterion

得16组数据,最终获得 $16 \times 20$ 个相位数据,该数据作为背景数据,为后面动态成像提供基准数据。

(2)在背景区域加入异物扰动,方法如步骤(1)一样,最终获得 $16 \times 20$ 个相位数据,该数据作为成像数据。

(3)将成像数据和参考数据做差值,得异物扰动的检测数据,根据滤波反投影算法,重构出图像。

## 2 重构图像分析

### 2.1 单目标仿真实验

根据表1的模型数据,建立单目标异物的仿真模型,异物电导率2 S/m,背景电导率0.2 S/m,中心坐标位于(0, -50)。被测物和异物逆时针以间隔 $22.5^\circ$ 旋转一周,最终获得 $16 \times 20$ 个相位数据。将测量的数据和基准数据做动态差,利用FBP算法重构出未处理数据的成像结果,如图3b所示。由于在实际测量系统中检测数据存在各种噪声,所以在测量数据中加入不同信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)的噪声,成像结果如图3所示。

图3展示了利用FBP算法的MIT系统对单目标异物在不同噪声情况下的成像效果。从图中可以看出,当SNR=10 dB和SNR=15 dB,图像在异物区域有明显的凸显,但是周围存在大量的伪迹;当SNR=20 dB和SNR=25 dB,图像在异物区域更加明显,但是周围伪迹减小;当SNR=30 dB和SNR=35 dB,图像和没有噪声的成像结果十分接近。

### 2.2 双目标仿真实验

根据前面的模型数据,建立双目标异物的仿真模型,异物电导率2 S/m,背景电导率0.2 S/m,中心坐标分别位于(0, 50)和(0, -50)。被测物和异物逆时针以间隔 $22.5^\circ$ 旋转一周,最终获得 $16 \times 20$ 个相位数

据。将测量的数据和基准数据做动态差,利用FBP算法重构出未处理和分别加入不同SNR的数据的成像结果,如图4所示。

图4展示了结合FBP算法的MIT系统对双目标异物在不同噪声情况下的成像。可以看出,当SNR=10 dB和SNR=15 dB,基本不能区分双目标异物的位置,有大量的干扰存在;当SNR=20 dB和SNR=25 dB,双目标异物成带状分布,其他区域的伪迹减少;当SNR=30 dB和SNR=35 dB,图像和没有噪声的成像结果较接近,后面通过客观参数对图像质量进行评估。

## 3 质量评估

为了客观地判断重构图像的精度,运用下面3种评价参数评价重构图像和原始图像的差异,相关系数 $\rho$ <sup>[17]</sup>、归一化均方距离(NMSD)和归一化平均绝对距离(NMAD)<sup>[18]</sup>:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^m (\sigma_{mi} - \bar{\sigma}_m)(\sigma_{si} - \bar{\sigma}_s)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\sigma_{mi} - \bar{\sigma}_m)^2 \sum_{i=1}^m (\sigma_{si} - \bar{\sigma}_s)^2}} \times 100\% \quad (4)$$

$$\text{NMSD} = \frac{\sum_{i=1}^m (\sigma_{si} - \sigma_{mi})^2}{\sum_{i=1}^m (\sigma_{si} - \bar{\sigma}_s)^2} \quad (5)$$

$$\text{NMAD} = \frac{\sum_{i=1}^m (|\sigma_{mi} - \sigma_{si}|)}{\sum_{i=1}^m (|\sigma_{mi}|)} \quad (6)$$

其中, $\sigma_{mi}$ 是重构图像的每节点的电导率, $\sigma_{si}$ 是实际模型的每个节点的电导率, $\bar{\sigma}_m$ 是重构图像的所有节点的平均电导率, $\bar{\sigma}_s$ 是实际模型所有节点的平均电导率。

相关系数 $\rho$ 表明重构图像与实际图像的相似度,相关系数 $\rho$ 越大,相识度越大。当NMSD=0和NMAD=0时,表明重构的图像和仿真设定的模型一致;当NMSD和NMAD越小,表示重建的图像与实际图像误差越小,反之,图像的误差越大;NMSD和NMAD表示不同类型的误差,其敏感程度不同。NMSD重点反映少数数据突变误差,而NMAD敏感反映多数点均有一些波动的误差情况。

通过表1的相关系数 $\rho$ 可以看出,随着SNR增加,含噪声图像和没有噪声的图像越来越接近,在SNR=30 dB时 $\rho$ 相差0.094;在SNR=35 dB时, $\rho$ 相差0.073。同时,通过NMSD和NMAD参数,也可以看出,当SNR=30 dB和SNR=35 dB,图像和没有噪声的成像结果较接近。

通过表2的相关系数 $\rho$ 可以看出,随着信噪比增加,含噪声图像和没有噪声的图像越来越接近,在



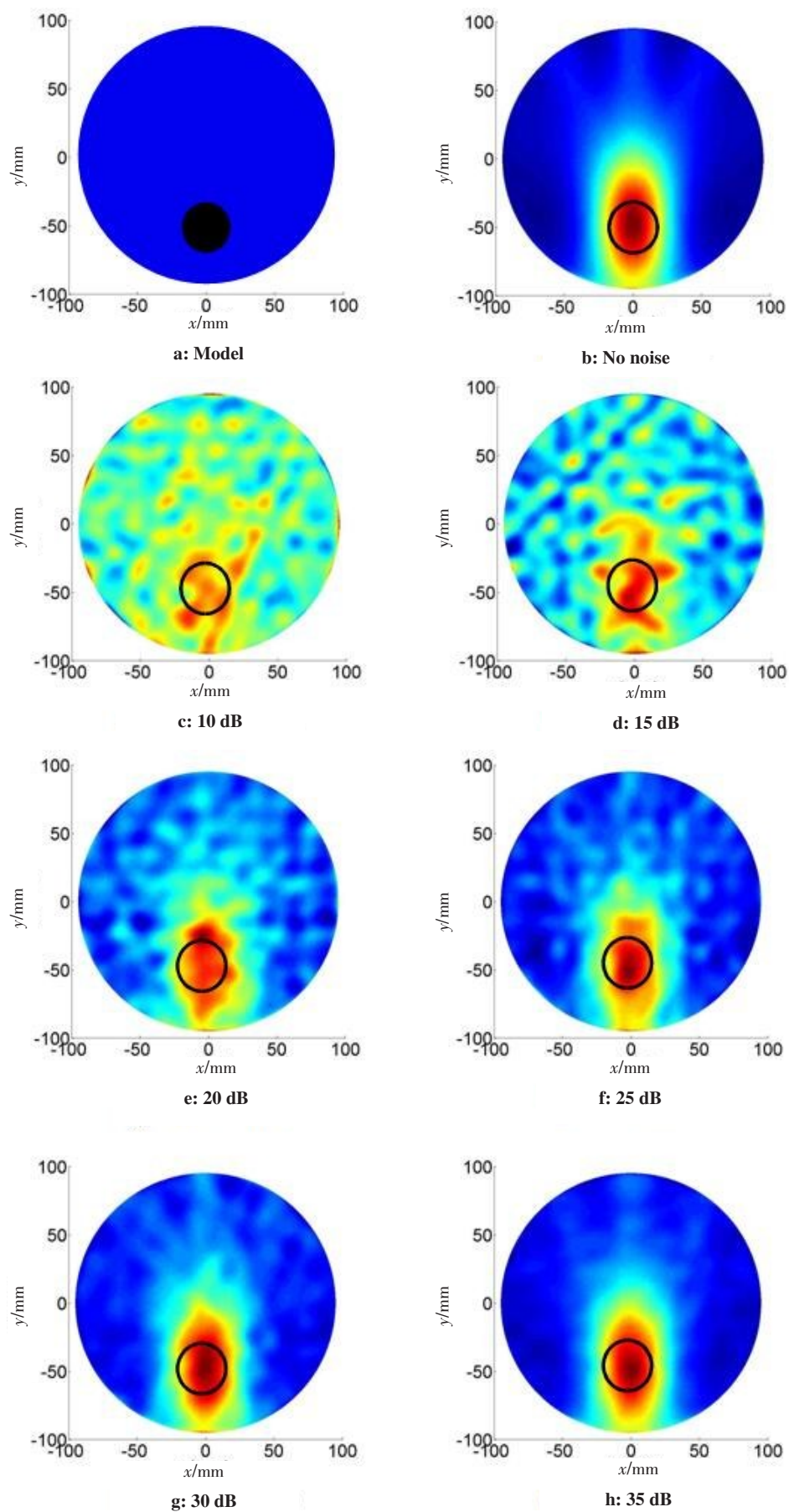


图3 单目标的不同噪声滤波反投影成像结果比较图

Fig.3 Comparison of different noise filtering back-projection imaging results for single target

a: Location of foreign object; b: Imaging results without noise; c-h: imaging results with signal-to-noise ratio (SNR) of 10-35 dB

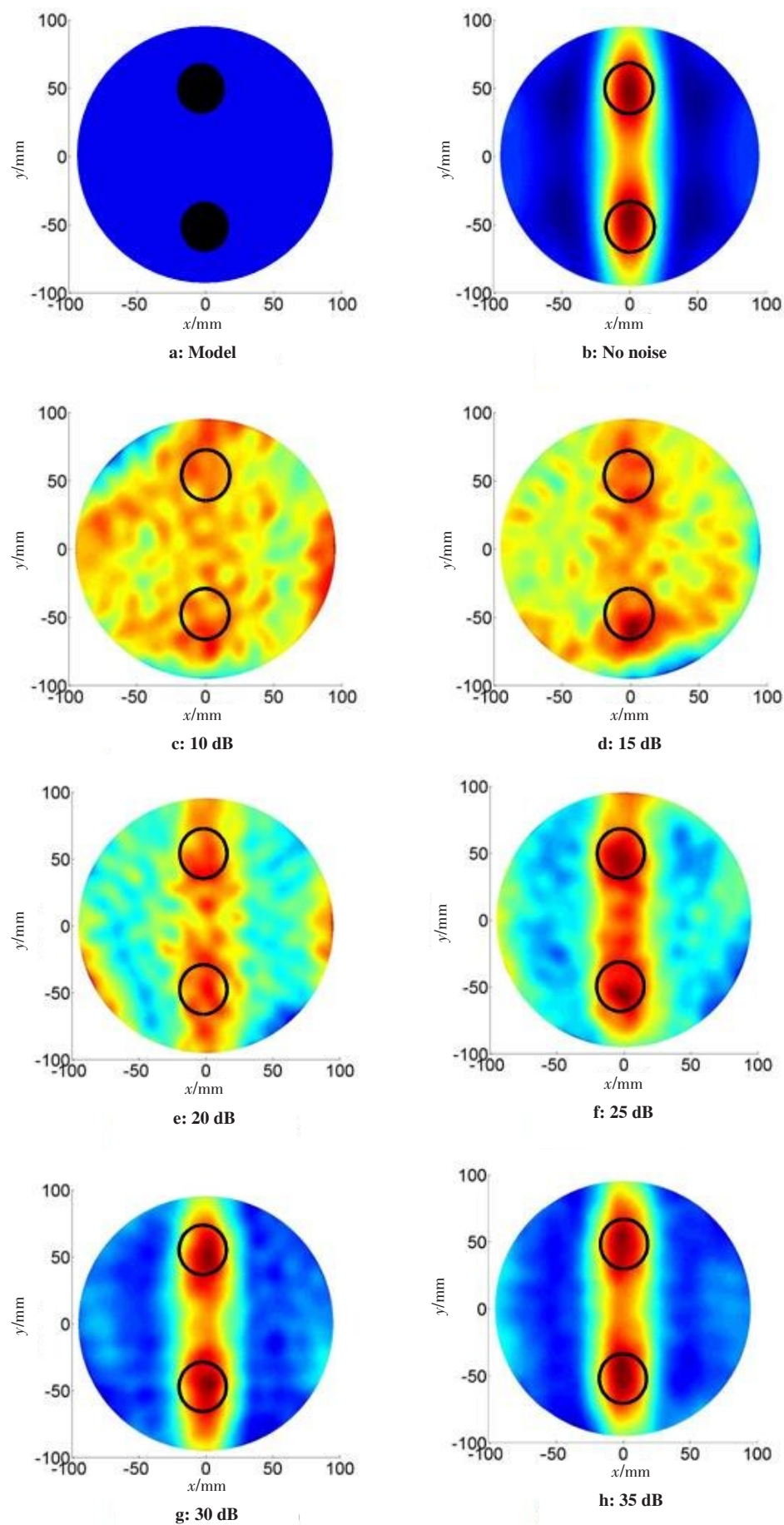


图4 双目标的不同噪声滤波反投影成像结果比较图

Fig.4 Comparisons of different noise filtered back-projection imaging results for dual targets

a: Location of foreign object; b: Imaging results without noise; c-h: imaging results with SNR of 10-35 dB

表2 双目标异物不同噪声下重构图像质量评估参数

Tab.2 Quality evaluation parameters for reconstructed image with dual targets and a foreign object under different SNR

Different SNR/dB	Correlation coefficient( $\rho$ )	NMAD	NMSD
10	26.071	3.269	2.397
15	44.518	3.119	2.299
20	44.380	2.548	1.927
25	54.128	2.199	1.745
30	56.477	1.394	1.318
35	57.279	1.333	1.302
No noise	57.064	1.035	1.180

SNR=30 dB时 $\rho$ 相差0.587;在SNR=35 dB时 $\rho$ 相差0.215。同时,通过NMSD和NMAD,也可以看出,当SNR=30 dB和SNR=35 dB,图像和没有噪声的成像结果较接近。

## 4 结 论

本文利用一组亥姆霍兹线圈为激励源,旋转式MIT成像系统,利用滤波反投影算法重构图像。利用相关系数 $\rho$ 、NMSD和NMAD 3个客观指标量化了单目标和双目标异物在没有噪声和加入SNR=10~35 dB噪声的重构图像质量。结果表明,当SNR $\geq$ 30 dB以上时,单目标和双目标异物成像效果接近没有噪声的成像结果,所以系统设计时检测信号的信噪比要大于30,就可以忽略系统噪声对成像的影响。

## 【参考文献】

- [1] GRIFFITHS H. Magnetic induction tomography[J]. J Commun Technol Electron, 2001, 12(8): 1126.
- [2] 殷悦,刘锐岗. 绝缘性容器壁对磁感应断层成像相位检测的影响研究[J]. 生物医学工程研究, 2017, 36(1): 6-9.  
YIN Y, LIU R G. Influence on phase detection of magnetic induction tomography using insulated container[J]. Journal of Biomedical Engineering Research, 2017, 36(1): 6-9.
- [3] 罗海军,温开旭,潘海涛,等. 磁感应成像重构算法的研究进展[J]. 中国医学物理学杂志, 2018, 35(8): 921-926.  
LUO H J, WEN K X, PAN H T, et al. Research progress of reconstruction algorithms for magnetic induction tomography[J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2018, 35(8): 921-926.
- [4] HE W, LUO H, XU Z, et al. Multi-channel magnetic induction tomography measurement system[C]//International Conference on Biomedical Engineering & Informatics.IEEE, 2010: 402-405.
- [5] MA L, SOLEIMANI M. Magnetic induction tomography methods and applications: a review[J]. Meas Sci Technol, 2017, 28(7): 1-12.
- [6] HE W, SOLEIMANI S. Electromagnetic tomography for medical and industrial applications: challenges and opportunities[J]. Proceedings of the IEEE, 2013, 101(3): 559-565.
- [7] ZHENG X, HAIJUN L, WEI H, et al. A multi-channel magnetic induction tomography measurement system for human brain model imaging[J]. Physiol Meas, 2009, 30(6): 175-186.
- [8] LUO H J, HE J, XU Z, et al. Preliminary results on brain monitoring of meningitis using 16 channels magnetic induction tomography measurement system[J]. Prog Electromagn Res, 2012, 24(3): 57-68.
- [9] HAN M, CHENG X, XUE Y. Comparison with reconstruction algorithms in magnetic induction tomography[J]. Physiol Meas, 2016, 37(5): 683-697.
- [10] LI F, ABASCAL J F, DESCO M, et al. Total variation regularization with split Bregman-based method in magnetic induction tomography using experimental data[J]. IEEE Sens J, 2017, 17(4): 976-985.
- [11] LUO H, JIANG X. The magnetic induction tomography measurement system based on Helmholtz coil[C]//International Conference on Biomedical Engineering and Informatics. IEEE, 2016: 29-33.
- [12] 刘俐,李倩,何为,等. 一种均匀激励磁场磁感应成像的改进反投影算法[J]. 中国生物医学工程学报, 2014, 33(3): 313-319.  
LI L, LI Q, HE W, et al. An improved back-projection algorithm of magnetic induction tomography with uniform magnetic excitation[J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2014, 33(3): 313-319.
- [13] 柯丽,刘欢,杜强,等. 基于滤波反投影的脑磁感应迭代重建算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 31(11): 2445-2451.  
KE L, LIU H, DU Q, et al. Study on iterative reconstruction algorithm for brain magnetic induction based on filtered back-projection[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 31(11): 2445-2451.
- [14] 罗海军,潘海涛,温开旭,等. 基于滤波反投影算法磁感应成像仿真图像重建[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2018, 35(4): 93-97+141.  
LUO H J, PAN H T, WEN K X, et al. Magnetic induction tomography of simulation image reconstruction based on filtered back projection algorithm[J]. Journal of Chongqing Normal University (Natural Science), 2018, 35(4): 93-97+141.
- [15] 王聪,董秀珍,刘锐岗,等. 在简单头模型上的磁感应断层成像仿真图像重建[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(1): 50-53.  
WANG C, DONG X Z, LIU R G, et al. Simulated image reconstruction of magnetic induction tomography on simple head model[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(1): 50-53.
- [16] 吕轶,王旭,金晶晶,等. 基于互易原理磁感应成像中灵敏度矩阵的计算[J]. 仪器仪表学报, 2012, 29(10): 616-624.  
LÜ Y, WANG X, JING J J, et al. Calculation of sensitivity matrix in magnetic induction tomography based on reciprocity principle[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 29(10): 616-624.
- [17] 李冰,何为,何传红,等. 三维电阻抗成像系统激励模式仿真分析[J]. 重庆大学学报, 2012, 35(2): 78-86.  
LI B, HE W, HE C H, et al. Simulation analysis on stimulation patterns of three-dimension electrical impedance tomography[J]. Journal of Chongqing University, 2012, 35(2): 78-86.
- [18] 韩永欣,王建,刘立,等. 基于交替投影的CT图像重建算法[J]. 中国医学影像技术, 2016, 32(10): 1592-1596.  
HAN Y X, WANG J, LIU L, et al. CT image reconstruction algorithm based on alternative projection[J]. Chinese Journal of Medical Imaging Technology, 2016, 32(10): 1592-1596.

(编辑:薛泽玲)