

## 广义平均数学公式在射野等效中的应用

李金凯<sup>1</sup>, 史玉静<sup>1</sup>, 孙新臣<sup>1</sup>, 宋威<sup>2</sup>, 于大海<sup>2</sup>

1. 南京医科大学第一附属医院放疗科, 江苏 南京 210029; 2. 江苏省中医院放疗中心, 江苏 南京 210029

**【摘要】目的:**研究利用广义平均数学公式计算等效方野的可能性。**方法:**选择两台不同厂家的电子直线加速器, 分别实际测量6 MV开放野的81个射野输出因子。利用广义平均数学公式  $s = \sqrt[\alpha]{\beta x + (1-\beta)y^\alpha}$  计算等效方野, 并通过射野输出因子的普适函数公式评价其射野等效计算的准确性。**结果:**广义平均数学公式对两台加速器射野等效后, 射野输出因子的计算精度均小于1%, 优于传统经验公式的2%~5%。**结论:**广义平均数学公式具有通用性, 且射野等效精度优于传统经验公式, 但需针对特定的应用条件进行数据拟合, 以确定最佳的变量值。

**【关键词】**射野大小; 等效方野; 射野输出因子; 广义平均数学公式; 普适函数公式

**【中图分类号】**O29

**【文献标志码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2017)09-0893-04

### Generalized mean mathematical for emulator calculation of equivalent square fields

LI Jinkai<sup>1</sup>, SHI Yujing<sup>1</sup>, SUN Xinchun<sup>1</sup>, SONG Wei<sup>2</sup>, YU Dahai<sup>2</sup>

1. Department of Radiotherapy, First Affiliated Hospital of Nanjing Medical University, Nanjing 210029, China; 2. Radiotherapy Center, Jiangsu Province Hospital of TCM, Nanjing 210029, China

**Abstract: Objective** To test the feasibility of using generalized mean (GM) mathematical formula for calculation of equivalent square (ES) fields. **Methods** The 81 field output factors (OUFs) in a 6-MV open field were measured with two electron linear accelerators from different manufacturers. The ES were calculated with the GM mathematical formula  $s = \sqrt[\alpha]{\beta x + (1-\beta)y^\alpha}$ , and the accuracy was evaluated by ubiquitous computing of the OUFs. **Results** The application of GM mathematical formula for calculation of the ES of the two accelerators showed a deviation less than 1% for calculation of the OUFs, better than the 2%-5% using traditional empirical formulae. **Conclusion** The GM mathematical formula can be used universally for ES calculation with a better accuracy than the traditional empirical formula, but data fitting is needed for specific conditions to determine the best variable value.

**Keywords:** field size; equivalent square; field output factor; generalized mean mathematical formula; ubiquitous computing

### 前言

射野等效的物理意义是: 如果使用的矩形或不规则形射野在其射野中心轴上的百分深度剂量与某一方形野的相同时, 该方形野叫作所使用的矩形或不规则形射野的等效射野<sup>[1]</sup>。临床中最常使用面积/周长的比法<sup>[2]</sup>计算等效方野的边长 $s$ , 即如果使用的矩形野和某一方形野的面积/周长比值相同, 则认为这两种射野等效:

$$s = \frac{2xy}{x+y} \quad (1)$$

其中,  $x$ 、 $y$  分别为矩形野的长、宽边。

加速器治疗时因上端准直器距离电离室较近, 造成它对剂量的影响会比下端准直器略大。因式(1)未考虑准直器的位置因素, 利用它进行等效转换最大可引起3%~4%的误差。因此, Vadash等<sup>[3]</sup>提出用式(2)以减少等效转换的误差:

$$s = \frac{(1+K)xy}{Kx+y} \quad (2)$$

其中,  $K$ 为准直器位置影响的修正因子,  $x$ 为下准直器射野边长,  $y$ 为上准直器射野边长。

当前调强已成为放疗的主流技术, 它会用到更多的窄长条矩形野, 为了进一步提高等效方野 $s$ 的计算精度<sup>[4-7]</sup>, Zhou等<sup>[8]</sup>提出了广义平均数学公式:

**【收稿日期】**2017-04-25

**【作者简介】**李金凯, 硕士, 主管技师, 研究方向: 肿瘤放疗设备的质量保证和质量控制, E-mail: lijinkai1028@163.com

**【通信作者】**孙新臣, 博士, 主任医师, 博士生导师, 研究方向: 胸部肿瘤的放射治疗, E-mail: 13770662828@163.com

$$s = \sqrt[\alpha]{\beta x + (1-\beta)y^\alpha} \quad (3)$$

其中,  $0 < \beta < 1$ 。本研究将根据加速器具具体型号拟合出对应的数值,并通过普适函数式(4)<sup>[9]</sup>计算等效后的射野输出因子,来评价式(1)~(3)的等效精度:

$$s_{cp}(x,y) = 1 + b \frac{\ln(s/10)}{(s/10)^c} \quad (4)$$

## 1 材料与方法

### 1.1 材料与设备

瑞典 Elekta Axesse 和美国 Varian IX 电子直线加速器,光子线能量取 6 MV,开放野最大尺寸均为  $(40 \times 40)$  cm<sup>2</sup>。德国 IBA Blue Phantom2 三维水箱系统,采集和分析软件为 OmniPro-Accept(V7.6),电离室探测器取 CC13。美国 Sun Nuclear 双通道 PC Electrometer 参考级剂量仪,测量重复性全量程小于  $\pm 0.25\%$ ,漏电漂移小于  $\pm 0.001$  pA。美国 MathWorks 公司发布的面向科学计算、数据可视化以及交互式程序设计的数值计算仿真软件 Matlab 2015。

### 1.2 方法

**1.2.1 K值的计算** 式(2)中K为准直器位置影响的修正因子:

$$K = \frac{K_x}{K_y} = \frac{I_{1x}/I_{2x}}{I_{1y}/I_{2y}} \quad (5)$$

其中,  $K_x$ 、 $K_y$  为下、上端准直器的位置因子,  $I_{1x}$ 、 $I_{1y}$  表示准直器上端面距 X 射线靶平面的距离,  $I_{2x}$ 、 $I_{2y}$  表示准直器上端面距离探头测量平面的距离。

**1.2.2  $S_{cp}$  的实际测量** 按标准流程架设好三维水箱,将 CC13 电离室测量点置于加速器等中心处,测量深度取 5 cm,剂量率 300 MU/min,机器跳数 100 MU/Field。利用剂量仪测量软件 PCE\_1DS 分别测量 81 个不同开放射野大小的电离电荷,射野边长分别为 3、4、5(6)、7(8)、10、15、20、30、40 cm。测量完成后根据公式完成  $S_{cp}$  的计算:

$$F_{\text{output}} = \frac{R_{\text{open}}}{R_{\text{ref}10 \times 10}} \quad (6)$$

其中,  $F_{\text{output}}$  为射野输出因子  $S_{cp}$ ;  $R_{\text{open}}$  为任一射野大小的剂量仪示值;  $R_{\text{ref}10 \times 10}$  为  $(10 \times 10)$  cm<sup>2</sup> 参考射野的剂量仪示值。

**1.2.3 普适函数公式的数据拟合** 将式(3)代入式(4)得到关于  $x$ 、 $y$  的二元方程,其中  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$  为未知参数。随机选择 1.2.2 中每台加速器实际测量的 4 个  $S_{cp}$  值,即可列出 4 组关于式(4)的对应方程,利用 Matlab 软件解方程即可求出一组  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$  值。以得到的该组  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$  值为基准,将每台加速器的 81 个  $S_{cp}$  值代入式(4),在设定范围内利用最小二乘法进行曲线拟

合,将方差最小的一组  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$  值作为该台加速器  $S_{cp}$  普适函数公式的最佳拟合值。

### 1.3 统计学方法

利用式(1)~(3)分别计算等效方野大小,通过 Matlab 软件绘图直观显示 3 种公式获得的等效方野与实测  $S_{cp}$  值的关系曲线,并利用式(4)计算得到 3 组所有射野大小的  $S_{cp}$  值。对计算与实测  $S_{cp}$  数据应用 SPSS 20.0 软件进行统计分析,计量资料取均值、标准差和最大值。

## 2 结果

### 2.1 K值

Axesse 加速器  $l_{1x} = 43.2$  cm,  $l_{1y} = 30.9$  cm; 因测量平面与靶的距离为 100 cm, 故  $l_{2x} = 56.8$  cm,  $l_{2y} = 69.1$  cm;  $K_x = 0.761$ ,  $K_y = 0.447$ ;  $K = 1.702$ 。

IX 加速器  $l_{1x} = 36.67$  cm,  $l_{1y} = 27.89$  cm;  $l_{2x} = 63.33$  cm,  $l_{2y} = 72.11$  cm;  $K_x = 0.579$ ,  $K_y = 0.387$ ;  $K = 1.497$ 。

### 2.2 实测的 $S_{cp}$ 值

利用 Matlab 软件对每台加速器实测的  $S_{cp}$  值进行绘图, Axesse 加速器的  $S_{cp}$  值详见图 1, IX 加速器的  $S_{cp}$  值详见图 2, 其中 fx 为下准直器, fy 为上准直器。Axesse 加速器可选射野边长取 5、7 cm; IX 加速器取 6、8 cm。

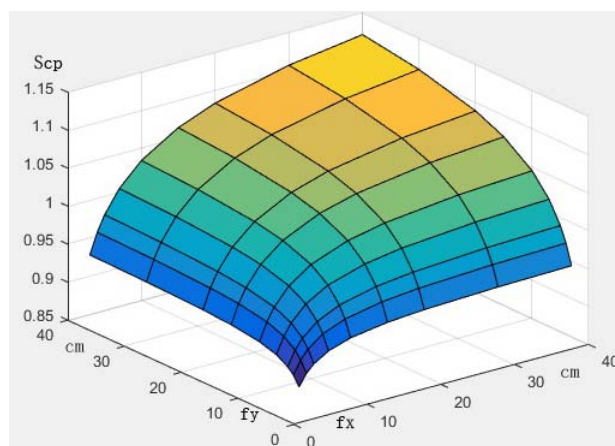
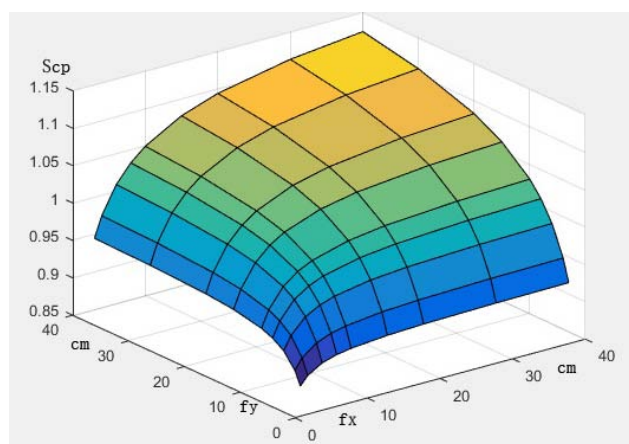


图1 Axesse 加速器实测的  $S_{cp}$  值

Fig.1 Measured output factor ( $S_{cp}$ ) of Axesse accelerator

### 2.3 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$ 具体数值

经 Matlab 数据拟合后,最小方差对应的  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$  具体数值, Axesse 加速器分别为 -1.232 0、0.562 0、0.092 4、0.046 4, IX 加速器分别为 -1.267 0、0.422 0、0.100 9、0.068 6。

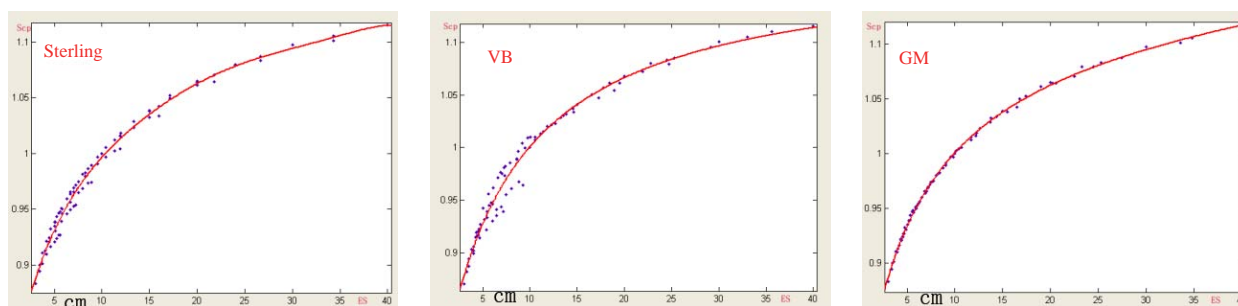
图2 IX加速器实测的  $S_{cp}$  值Fig.2 Measured  $S_{cp}$  of IX accelerator

## 2.4 等效方野ES与实测 $S_{cp}$ 值的关系

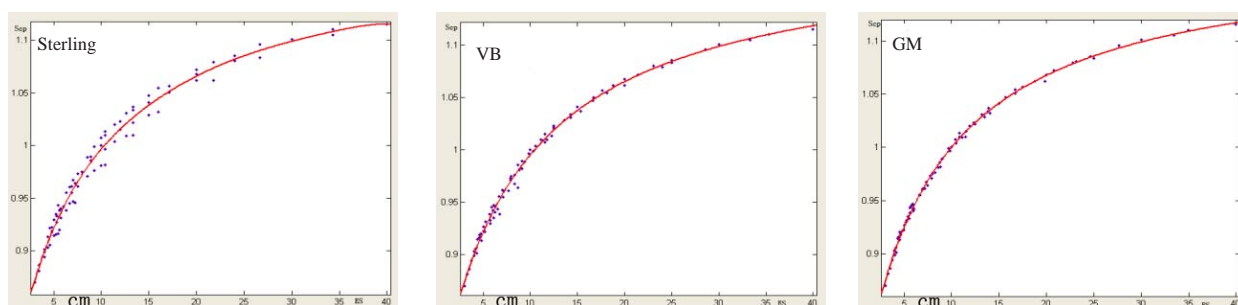
3种公式计算得的等效方野与对应的实测  $S_{cp}$  值通过Matlab软件绘图后如图3和图4所示,其中横坐标为等效方野ES的大小,纵坐标为对应的实测  $S_{cp}$  值。

## 2.5 计算与实测 $S_{cp}$ 值的统计学分析

将3种公式计算得的等效方野代入式(4),  $S_{cp}$  计算值  $S_{cp}$  与实测值间的差值统计比较如表1所示。其中,Axesse加速器利用式(2)计算得到的  $S_{cp}$  与实测值相差最大,为4.59%;IX加速器利用式(1)计算得到的  $S_{cp}$  与实测值相差最大,为3.82%;式(3)计算得到的  $S_{cp}$  与实测值差异最小,两台加速器均小于1%。



The equivalent squares from left to right were calculated by the formula 1, 2, 3, respectively; ES: Equivalent square; Sterling: Formula 1; VB: Formula 2; GM: Formula 3

图3 Axesse加速器等效方野与实测  $S_{cp}$  值的关系曲线Fig.3 Relationship between ES and measured  $S_{cp}$  of Axesse accelerator图4 IX加速器等效方野与实测  $S_{cp}$  值的关系曲线Fig.4 Relationship between ES and measured  $S_{cp}$  of IX accelerator

## 3 讨论

射野输出因子  $S_{cp}$  也称射野输出转换系数,是肿瘤放射治疗中重要的剂量学参数<sup>[10]</sup>。在实际工作中,由于照射野形状变化繁多,不可能对所有实际用到的射野进行输出量的测量,国际上通用的做法是只对方野进行剂量学参数的实际测量,因此实际照射野与方野间进行一些等效转换是必需的<sup>[11]</sup>。

在肿瘤放射物理学发展过程中,出现过许多等效换算方法,本研究通过与  $S_{cp}$  的实测数据对比发现,3种等效公式的计算结果均存在不同程度的偏差,并且受加速器型号、准直器类型以及位置和照射野大小等多种因素的影响。IX电子直线加速器作为Varian公司的代表机型,计算结果与预期基本相符,面积周长比法得到的结果偏差最大,其中最大值接近4%。对准直器的



表1  $S_p$  计算值与实测值的统计学比较  
Tab.1 Comparison between calculated and measured  $S_p$  values

Accelerator	Cal. - Mea.	Average/%	SD/%	Max/%
Axeesse	Formula 1	0.48	0.63	2.26
	Formula 2	1.52	1.86	4.59
	Formula 3	0.13	0.11	0.46
IX	Formula 1	0.72	0.85	3.82
	Formula 2	0.44	0.50	2.03
	Formula 3	0.15	0.24	0.96

Cal.: Calculated values; Mea. Measured values; SD: Standard deviation

位置因素进行修正后,计算偏差有所减小,最大值约2%,与Yu等<sup>[12]</sup>的研究结果基本一致。Axeesse加速器作为医科达公司最先进的代表机型,其Agility机头与之前的传统准直系统相比有较大改进,它利用等中心处投影为5 mm的80对多叶准直器代替了原来的上准直器。这种设计使得本研究中修正准直器位置影响的经验式(2)产生了更大的偏差,最大值由面积周长比法的2%上升为5%,与IX加速器的计算结果恰好相反。

就直线加速器而言,作为联系机器跳数和所照射放射剂量的函数变量,  $S_p$  取决于照射野的宽度和长度,并且当其中一个较小时,  $S_p$  值变化迅速(图1和图2)。普适函数公式作为由多种数据集合组成的函数家族,具有普遍的适用性,本研究利用式(3)和式(4)建立了等效方野及  $S_p$  的通用函数表达式。当式(3)中,  $\alpha = -1$  且  $\beta = \frac{1}{2}$  时,式(3)与式(1)相同;当  $\alpha = -1$  且  $\beta = \frac{1}{1+K}$  时,式(3)即为式(2)。因式(3)利用变量代替了式(1)、式(2)中的常量,所以它先天拥有更多的自由度,存在进一步减少等效方野计算偏差的可能性。本研究通过曲线拟合发现,不同类型的加速器,式(3)中的变量值是不同的。但不管加速器型号如何改变,普适函数公式都可将  $S_p$  的计算偏差控制在1%以内。

近年来随着放疗设备的革新,立体定向放疗得到了较广泛的应用<sup>[13]</sup>,从而小野剂量学更倍受关注<sup>[14-15]</sup>。考虑到小野的测量需要用到cc01电离室或体积更小的探测器,而小体积的探测器有可能会引入较大的测量误差,本研究射野大小选择从(3×3) cm<sup>2</sup>开始,主要是为了提高测量精度。对于极小野,如(2×2) cm<sup>2</sup>及以下射野,如何验证广义平均数学公式在极小射野等效中的计算精度,是下一步研究的重点和方向。

综上所述,光子线等效方野的广义平均数学公式具有通用性,且等效后的  $S_p$  计算精度是最高的,但需要强调的是广义平均数学公式需要针对特定的条件进行数据拟合,以确定最佳的变量值。

## 【参考文献】

- [1] 胡逸民. 肿瘤放射物理学[M]. 北京: 原子能出版社, 1999: 487-490.  
HU Y M. Radiation oncology physics[M]. Beijing: Atomic Energy Press, 1999: 487-490.
- [2] STERLING T D, PERRY H, KATA L, et al. Derivation of a mathematical expression for the percent depth dose surface of cobalt-60 beams and visualization of multiple field dose distributions[J]. Br J Radiol, 1964, 37(7): 544-550.
- [3] VADASH P, BJARNGARD B. An equivalent-square formula for head-scatter factors[J]. Med Phys, 1993, 20(3): 733-734.
- [4] JEULINK M, DAHELE M, MEIJNEN P, et al. Is there a preferred IMRT technique for left-breast irradiation?[J]. J Appl Clin Med Phys, 2015, 16(3): 5266.
- [5] CHITAPANARUX I, THARAVICHITKUL E, NOBNOP W, et al. A comparative planning study of step-and-shoot IMRT versus helical tomotherapy for whole-pelvis irradiation in cervical cancer[J]. J Radiat Res, 2015, 56(3): 539-545.
- [6] 胡杰, 董晓庆, 林清, 等. 肿瘤调强放射治疗计划的剂量学验证[J]. 医疗卫生装备, 2016, 37(8): 101-104.  
HU J, DONG X Q, LIN Q, et al. Dosimetric verification for intensity modulated radiation treatment planning [J]. Chinese Medical Equipment Journal, 2016, 37(8): 101-104.
- [7] 李多杰, 李红伟, 崔珍, 等. 食管癌调强放疗累及野照射的同期对照研究[J]. 实用医学杂志, 2016, 32(11): 1799-1802.  
LI D J, LI H W, CUI Z, et al. Concurrent control study of involved field intensity modulated radiotherapy in patients with esophageal carcinoma [J]. the Journal of Practical Medicine, 2016, 32(11): 1799-1802.
- [8] ZHOU S, WU Q, FAN Q, et al. SU-G-BRC-17: using generalized mean for equivalent square estimation[J]. Med Phys, 2016, 43(6): 3630-3631.
- [9] ZHOU S, WU Q, FAN Q, et al. SU-G-TeP2-14: universal function form for photon open field in-water output ratio[J]. Med Phys, 2016, 43(6): 3666.

(下转923页)