

# 基于向量全变分的双源CT图像在泌尿系统疾病中的去噪研究

张辉见, 陈始均, 郑少斌

南方医科大学南方医院泌尿外科, 广东 广州 510515

**【摘要】**双源CT已被广泛应用于泌尿系统疾病的诊断。然而,双源CT中的高辐射剂量风险引起了人们广泛的关注。本文利用向量全变分模型对双源CT图像进行去噪,向量全变分方法不仅保持了二维全变分方法的边缘保持特性,而且利用了双源CT能量间的梯度关系。针对此去噪模型,本文提出了一种优化策略,此策略利用了全变分模型的对偶形式。仿真数据实验表明,向量全变分方法不但可以消除图像噪声,还可以更好地保持图像的边缘和结构信息。

**【关键词】**双源CT; 向量; 全变分; 泌尿系统疾病; 图像去噪

**【中图分类号】**RR312; R814.42

**【文献标识码】**A

**【文章编号】**1005-202X(2015)05-0721-03

## Dual source CT image denoising in urinary system diseases based on vector total variation algorithm

ZHANG Hui-jian, CHEN Shi-jun, ZHENG Shao-bin

Department of Urology, Nanfang Hospital, Southern Medical University, Guangzhou 510515, China

**Abstract:** Dual source CT (DSCT) has been widely applied in the diagnosis of urinary system diseases. However, the high radiation dose risk in DSCT has raised growing concerns. A vector total variation model was applied to denoise the DSCT image. The vector total variation method kept the characteristic on edge preservation of two-dimensional total variation method and made use of gradient among the DSCT energy. Based on the denoising model, an optimized strategy, taking the advantage of dual form of total variation model, was proposed in this paper. The experimental results showed that the total variation method eliminated image noise and properly preserved the image edges and structural information.

**Key words:** dual source CT; vector; total variation; urinary system disease; image denoising

### 前言

CT已经在医学的各个领域得以广泛应用,但CT切片图像存在对比度低、边缘模糊以及噪声信息多等特点,影响对疾病的准确判断。优质的CT图像是准确诊断的先决条件,因此,需要尽可能减少噪声的影响<sup>[1-2]</sup>。2005年,西门子公司正式将双源CT(Dual Energy Computed Tomograph, DECT)这一划时代的影像学诊断产品展现在世人面前,并迅速成为临床诊断中关注的热点技术,在泌尿系统疾病的诊断中也发挥了重要作用<sup>[3]</sup>,如双源CT可用于区分不同类

型的泌尿系结石亚型<sup>[4]</sup>,因其具备识别人体组织中碘的能力,使单向采集肾肿瘤的特性成为可能<sup>[5]</sup>,且对肾上腺腺瘤和转移瘤的鉴别具有重要的指导价值<sup>[6]</sup>。在图像形成或传输过程中,由于受到各种因素的影响,图像不可避免地受到了噪声污染,从而严重影响图像质量,给图像观测、特征信息提取和分析等图像处理过程带来了极大困难<sup>[7]</sup>。近年来,全变分法的图像降噪技术得到了广泛关注<sup>[8]</sup>,其思想是将图像去噪建模成一个能量函数的最小化问题,使得图像达到平滑状态<sup>[9]</sup>。本文利用向量全变分模型对双源CT图像进行去噪,向量全变分方法不仅保持了二维全变分方法的边缘保持特性,而且利用了双源CT能量间的梯度关系。

### 1 向量全变分模型

Rudin-Osher-Fatemi模型是图像处理领域中非常重要的一种变分和偏微分图像去噪模型<sup>[10]</sup>。该去噪

**【收稿日期】**2015-05-19

**【基金项目】**广东省科技计划项目(412040701040)

**【作者简介】**张辉见,主治医师,E-mail: zhanghuijian12@126.com;陈始均(1990-),女,住院医师,博士研究生,E-mail: chenshijunathena@126.com。

**【通信作者】**郑少斌,教授,主任医师,博士生导师,E-mail: uro@fimmu.com。

模型既去除了噪声的灰度,又保留了图像的主要特点,如图像边缘。在图像基于此向量模型的情况下,ROF模型表示如下:

$$\inf_u \left\{ F(u) = \|u\|_{BV(\Omega; \mathbb{R}^M)} + \frac{1}{2\lambda} \|f - u\|_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)}^2 \right\}$$

其中,  $f \in L^\infty(\Omega; \mathbb{R}^M)$ ,  $f := (f_1, \dots, f_M)$  是给定的序列噪声图像,  $\|f - u\|_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)}^2 = \int_{\Omega} |f - u|^2 dx$  是  $L^2$  的保真项。

## 2 求解向量全变分模型

在本部分,我们求解以上向量全变分模型。使用以下向量图像常量的对偶定义:

$$\int_{\Omega} |Du| = \sup_{P \in P} \left\{ \int_{\Omega} \langle u, \nabla \cdot P \rangle dx \right\}$$

其中,  $P := (P_1, \dots, P_M): \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $P_i := (P_i^{x_1}, \dots, P_i^{x_N}): \Omega \rightarrow \mathbb{R}^N$ ,  $\forall_i \in [1, M]$ ,  $\nabla \cdot$  是散度算子,因此,  $\nabla \cdot q := (\nabla \cdot q_1, \dots, \nabla \cdot q_N): \Omega \rightarrow \mathbb{R}^M$ ,  $\forall q: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $\nabla \cdot q_i := \sum_{j=1}^N \partial_{x_j} q_i^{x_j}: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\forall_i \in [1, M]$ , 乘积  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  是欧几里得数量积, 定义为:  $\langle v, w \rangle := \sum_{i=1}^M \langle v_i, w_i \rangle$ ,  $\forall (v, w) \in (\mathbb{R}^M)^2$ , 这意味着  $\langle u, \nabla \cdot P \rangle = \sum_{i=1}^M \langle u_i, \nabla \cdot P_i \rangle$ ,  $L^2$ / 欧几里得范数  $|\cdot|$ , 由下式定义:  $|v| := \sqrt{\langle v, v \rangle} = \sqrt{\sum_{i=1}^L v_i^2}$ ,  $\forall v \in \mathbb{R}^L$ 。

因此第一部分的向量全变分模型写为:

$$\inf_u \sup_{|P| \leq 1} \left\{ \langle u, \nabla \cdot P \rangle_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)} + \frac{1}{2\lambda} \|f - u\|_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)}^2 \right\}$$

用极大极小定理,  $\inf$  和  $\sup$  可交换, 因为上式对  $u$  是凸函数, 对  $p$  是凹函数, 且集合  $\{|P| \leq 1\}$  是有界的凸集。因此上式可首先用欧拉格朗日定理对  $u$  函数最小化, 也就给出了向量全变分模型的最小解:  $u = f - \lambda \nabla \cdot P$

且对于每一项:

$$u_i = f_i - \lambda \nabla \cdot P_i, \quad 1 \leq i \leq M$$

将上式带入, 可得到一约束最大化问题:

$$\sup_{|P| \leq 1} \left\{ \langle f, \nabla \cdot P \rangle_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)} - \frac{2}{\lambda} \|\nabla \cdot P\|_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)}^2 \right\}$$

也相当于以下最小化问题:

$$\inf_{|P| \leq 1} \|\nabla \cdot P - f/\lambda\|_{L^2(\Omega; \mathbb{R}^M)}^2$$

用欧拉格朗日定理对每一个  $x$  给出了最优性的必要条件:

$$-\nabla(\lambda \nabla \cdot P - f) + \alpha P = 0$$

而  $\alpha(x)$  及约束条件  $\{|P| \leq 1\}$  是拉格朗日乘子

Chambolle<sup>[11]</sup>也注意到不仅在标量情况下, 在向量情况下也可消去: 如  $|P| < 1$ , 则拉格朗日乘子无用, 例如  $\alpha = 0$ ,  $\nabla(\lambda \nabla \cdot P - f) = 0$ ; 如  $|P| = 1$ , 则拉格朗日乘

子可用, 且  $\alpha = |\nabla(\lambda \nabla \cdot P - f)| > 0$ 。在任何情况下, 拉格朗日乘子都等价于:

$$\alpha = |\nabla(\lambda \nabla \cdot P - f)|$$

将上式再次带入, 可得到如下:

$$\nabla(\lambda \nabla \cdot P - f) - |\nabla(\lambda \nabla \cdot P - f)| = 0$$

这可以用以下的半隐梯度法解决 Chambolle 注意到的情况,  $P^{n=0} = 0$ :

$$\nabla(\nabla \cdot P - f/\lambda) - |\nabla(\nabla \cdot P - f/\lambda)| P^{n+1} = (P^{n+1} - P^n)/\delta t$$

如上则有:

$$P^{n+1} = \frac{P^n + \delta t \nabla(\nabla \cdot P^n - f/\lambda)}{1 + \delta t |\nabla(\nabla \cdot P^n - f/\lambda)|}$$

也就意味着对于每一项都有:

$$P_i^{n+1} = \frac{P_i^n + \delta t \nabla(\nabla \cdot P_i^n - f_i/\lambda)}{1 + \delta t \sqrt{\sum_{j=1}^M |\nabla(\nabla \cdot P_j^n - f_j/\lambda)|^2}}, \quad 1 \leq i \leq M$$

## 3 实验数据及结果

为了验证本文方法对含脉冲噪声和高斯噪声的CT图像去噪效果, 以CT重建中的泌尿系统模型图像(分辨率都为  $256 \times 256$ )为例, 分别在其图像上添加不同强度的脉冲和高斯两种混合噪声进行仿真实验, 如图1所示。编程工具为 Matlab7.0, 阈值采用文献<sup>[12]</sup>中的自适应阈值方法。

将上面添加了脉冲和高斯噪声的图像, 分别用本文算法进行去噪处理, 结果如图1c和图1f。可以看出, 其去噪结果好, 更重要的是能较好地保留图像的边缘细节。

为了更好地对上述去噪图像进行定量分析比较, 本文采用比较其均方误差(Normalized Mean Squared error, NMSE)和信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)的方法, 信噪比和均方误差计算公式如下:

$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{i,j} (I_{rec}(i,j) - \bar{I})^2}{\sum_{i,j} (I_{rec}(i,j) - I_{phantom}(i,j))^2} \right)$$

$$NMSE = \frac{\sum_{i,j} (I_{rec}(i,j) - I_{phantom}(i,j))^2}{\sum_{i,j} (I_{phantom}(i,j))^2}$$

其中,  $I_{rec}(i,j)$  表示像素点  $(i,j)$  处的重建图像灰度值,  $\bar{I}$  表示  $I$  中所有像素点灰度的平均值,  $I_{phantom}(i,j)$  表示真实图像像素点  $(i,j)$  处的灰度值。

表1为本文方法对图1加噪图像去噪后图像的NMSE和SNR。由表1可知, 本文方法无论在NMSE方面还是在SNR方面都有很大的提高, 去噪更彻底, 且图像边缘细节能更好地保留。

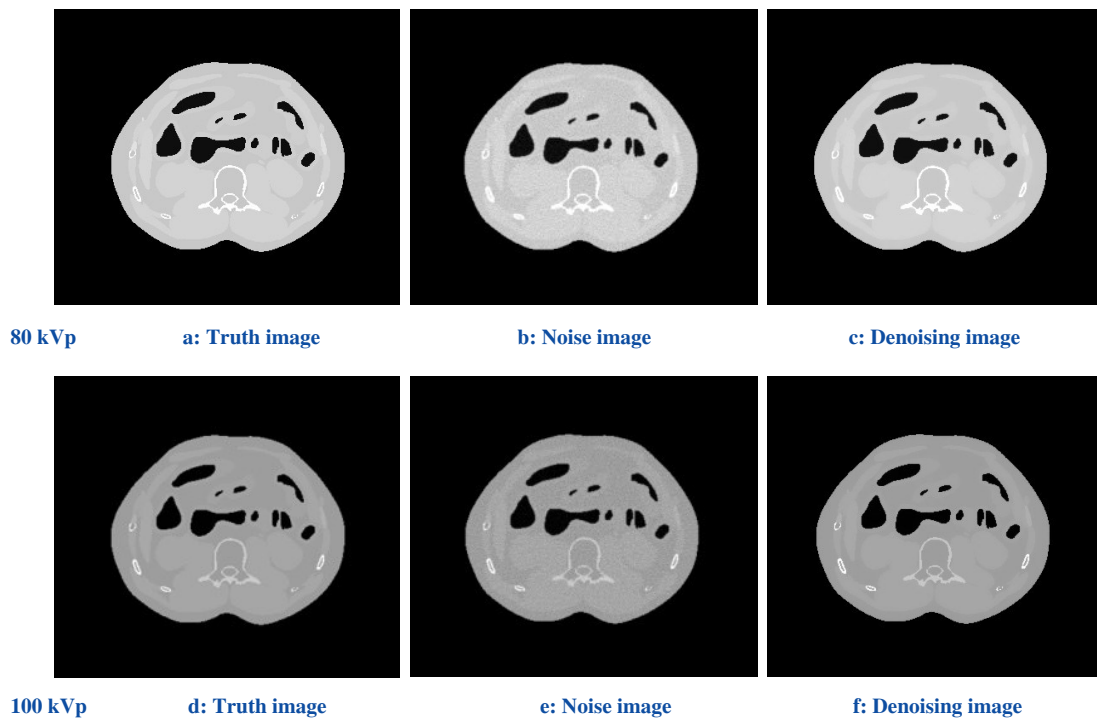


图1 实验结果

Fig.1 Experimental results

表1 采用本文方法去噪后图像的均方误差(NMSE)和信噪比(SNR)

Tab.1 NMSE and SNR of image denoised by total variation method

Item	NMSE		SNR	
	80 kVp	100 kVp	80 kVp	100 kVp
Noise image	$5.7399 \times 10^{-4}$	$5.0785 \times 10^{-4}$	22.8216	31.8752
Denoising image	$2.0154 \times 10^{-4}$	$1.6018 \times 10^{-4}$	22.3174	32.3006

Note: NMSE: Normalized mean squared error; SNR: Signal-to-noise ratio

4 结 论

双源CT具有可从CT图片中获取更多的诊断信息、更准确地识别泌尿系统疾病的特征,尤其在泌尿系统结石成分分析、良恶性肿瘤的判断、肾上腺腺瘤的检测等方面具有突出的临床应用价值<sup>[13]</sup>,且具有放射剂量大幅减少、分辨率明显提高、扫描速度更快、适合急诊诊断需要等优势<sup>[14]</sup>。近年来,全变分方法的图像降噪技术得到了广泛关注,其思想是将图像去噪建模成一个能量函数的最小化问题,使得图像达到平滑状态<sup>[15]</sup>。本文利用向量全变分模型对双源CT图像进行去噪,向量全变分方法不仅保持了二维全变分方法的边缘保持特性,而且利用了双源CT能量间的梯度关系。实验结果证明,本文方法在视觉效果和去噪性能两方面都得到了提高,且更好地保留了图像的边缘细节,在泌尿系统疾病诊断中将会发

挥越来越广泛的作用。

【参考文献】

[1] Arnaud G, Pascal D, Jean-Christophe D, et al. Comparison between X-ray micro-computed tomography and optical scanning tomography for full 3D strain measurement by digital volume correlation [J]. NDT E Int, 2008, 41(6): 407-415.

[2] 潘 丹,陈 鑫,姜 彦,等. 迭代模型重组设置对不同辐射剂量下肝脏增强CT图像噪声及质量的影响[J]. 中华放射学杂志, 2015, 49(3): 173-178.

Pan D, Chen X, Jiang Y, et al. Knowledge-based iterative reconstruction technique: effect of different reconstruction settings on noise reduction and image in contrast-enhanced CT at different radiation dose levels[J]. Chinese Journal of Radiology, 2015, 49(3): 173-178.

[3] Remy-Jardin M, Faivre JB, Pontana F, et al. Thoracic applications of dual energy[J]. Semin Respir Crit Care Med, 2014, 35(1): 64-73.

[4] Zhang Y, Ning RL. Investigation of image noise in cone-beam CT imaging due to photon counting statistics with the Feldkamp algorithm by computer simulations[J]. Journal of X-Ray Science and Technology, 2008, 16(2): 143-158.

[5] Flohr TG, McCollough CH, Bruder H, et al. First performance evaluation of a dual-source CT (DSCT) system[J]. Eur Radiol, 2006, 16(2): 256-268.

[6] Gupta RT, Ho LM, Marin D, et al. Dual-energy CT for characterization of adrenal nodules: initial experience[J]. AJR Am J Roentgenol, 2010, 194(6): 1479-1483.

[7] 岳 麒,段继梅,王志伟,等. 对HT系统MVCT扫描图像CT值及噪声影响因素的研究[J]. 中华放射肿瘤学杂志, 2014, 23(6): 527-529.

(下转 732 页)